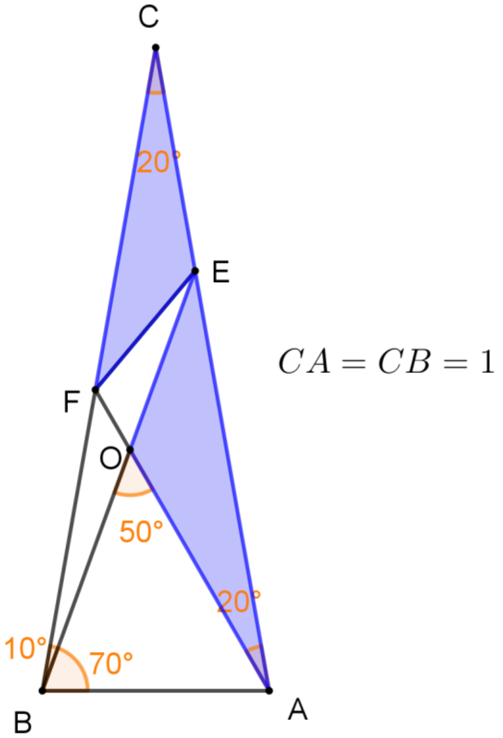
On pose $O = (FA) \cap (BE)$; $CA = CB = 1$.

L'idée est de démontrer que OAE et ECF sont semblables.



D'après la loi des sinus :

- dans CFA : $CF = \frac{\sin(20)}{\sin(140)} = \frac{\sin(20)}{\sin(40)}$
- dans CEB : $EC = \frac{\sin(10)}{\sin(130)} = \frac{\sin(10)}{\sin(30)} = 2\sin(10)$
- dans ABC: $AB = \frac{\sin(20)}{\sin(80)} = \frac{2\sin(10)\cos(10)}{\cos(10)} = 2\sin(10) = EC$
- dans OBA : $OA = \frac{\sin(70)}{\sin(50)} AB$

Donc $\frac{OA}{CE} = \frac{OA}{AB} = \frac{\sin(70)}{\sin(50)}$

- dans ABE : $AE = \frac{\sin(70)}{\sin(30)} AB = \frac{2\sin(70)\sin(20)}{\sin(80)}$

Donc $\frac{AE}{CF} = \frac{2\sin(70)\sin(40)}{\sin(80)} = \frac{2\sin(70)\sin(40)}{2\sin(40)\cos(40)} = \frac{\sin(70)}{\sin(50)}$

D'où $\frac{OA}{EC} = \frac{AE}{FC}$. Et comme $\widehat{FCE} = \widehat{EAO} = 20°$, les triangles OAE et ECF sont semblables.

Donc $\widehat{CEF} = \widehat{AOE} = 130°$, d'où $\widehat{FEO} = 180° - (130° + 30°) = 20°$.