

# Constructions à la règle et au compas

Dimitri Zvonkine

May 22, 2013

Les exercices de construction à la règle et au compas forment un joli petit domaine de géométrie étudié par les mathématiciens de la Grèce antique. Carl Friedrich Gauss a décidé de s'orienter vers les mathématiques plutôt que la philologie après avoir réussi à construire un 17-gone régulier à la règle et au compas. La "quadrature du cercle" est le problème consistant à contruire à la règle et au compas le carré de même périmètre qu'un cercle donné. C'est probablement le problème insoluble le plus connu.

Dans TOUS les exercices nous n'utiliserons que deux intruments. La *règle non graduée* permet de tracer la droite passant par deux points donnés. En revanche elle ne permet pas de mesurer les longueurs. Le *compas* permet de tracer un cercle de centre donné passant par un point donné, ou bien un cercle de centre et de rayon donnés.

**Exercice 1.** *Un segment  $AB$  est dessiné sur le plan. Construire son milieu.*

Si seulement la règle était graduée comme une règle normale la solution de cet exercice serait toute simple. On aurait simplement mesuré la longueur du segment  $AB$  pour ensuite la diviser par 2. Une telle solution aurait l'aire à peu près de cela:

$$\begin{array}{r} AB = 25,243 \text{ mm} \qquad 25,243 \quad | \quad 2 \qquad \qquad \qquad AB/2 = 12,6215 \text{ mm} \\ \underline{2} \qquad \qquad \qquad \underline{12,6215} \\ \quad 5 \\ \quad 4 \\ \quad \underline{12} \\ \quad \quad 4 \\ \quad \quad \underline{4} \\ \quad \quad \quad 3 \\ \quad \quad \quad \underline{2} \\ \quad \quad \quad \quad 10 \\ \quad \quad \quad \quad \underline{10} \\ \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Il est sans conteste utile de savoir diviser par deux, mais aujourd'hui notre but est de faire de la géométrie. Nous vous proposons donc une autre solution qui n'utilise qu'une règle non graduée.

**Solution.** Traçons le cercle de centre  $A$  passant par  $B$  et le cercle de centre  $B$  passant par  $A$ . Ces deux cercles se coupent en deux points  $C$  et  $D$ . La droite  $CD$  coupe le segment  $AB$  en son milieu.

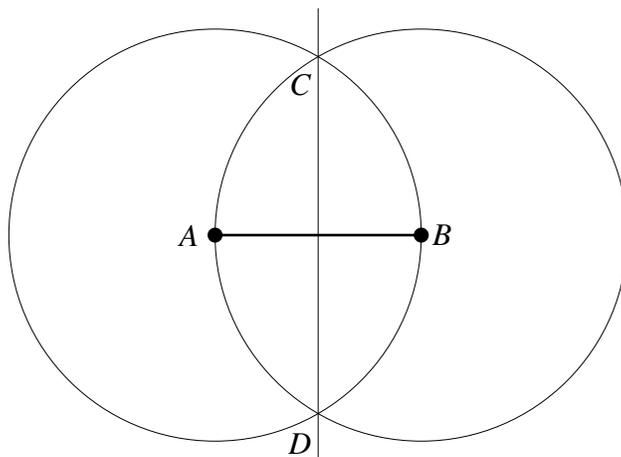


Figure animée: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Perpendicular\\_bisector.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Perpendicular_bisector.gif)

**Exercice 2.** Une droite  $l$  et un point  $A$  en dehors de  $l$  sont dessinés sur le plan. Tracer la droite parallèle à  $l$  qui passe par  $A$ .

**Solution.** Plaçons sur la droite  $l$  deux points distincts quelconques  $B$  et  $C$ . Traçons maintenant le cercle de centre  $A$  et de rayon  $BC$  et le cercle de centre  $C$  et de rayon  $AB$ . Ces deux cercles se coupent en un point  $D$ .

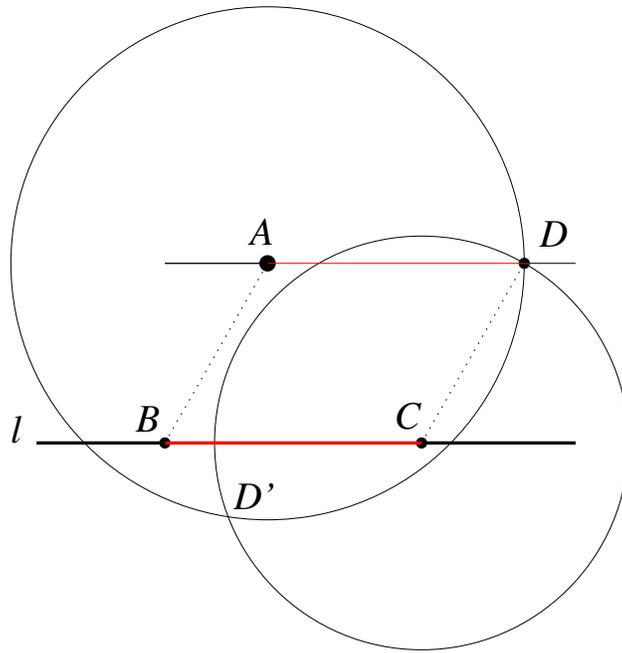


Figure animée: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Construction\\_parallele.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Construction_parallele.gif)  
La droite  $AD$  est alors la droite que l'on cherche.