selon que la perpendiculaire tombe en dedans du triangle, comme dans la *figure* 24, ou en dehors, comme dans la *figure* 25.

Cela posé, le triangle ADC, *fig*. 24, étant rectangle en D, aura pour mesure, d'après ce qui vient d'être dit, le produit de AD, par la moitié de DC; de même le triangle BCD aura pour mesure le produit de BD par la moitié de DC; en ajoutant ces produits, on aura la surface du triangle proposé ABC, puisqu'il est la réunion des deux autres. Il est à remarquer que ces produits étant formés avec un multiplicateur commun, qui est la moitié de DC, on en trouverait immédiatement la somme en prenant pour multiplicande la somme des multiplicandes partiels AD et BD, c'est-à-dire le côté AB tout entier. En supposant que AB contienne 14 unités, et DC 6, on aura donc 3 fois 14, ou 42, pour la surface du triangle.

Dans la *figure* 25, le calcul des triangles rectangles ADC et BDC est encore le même; mais il faut prendre la différence des produits, parce que le triangle proposé ABC est l'excès du triangle ADC sur le triangle BDC. Au lieu de multiplier séparément AD et BD par la moitié de DC, pour retrancher ensuite le second produit du premier, on pourra prendre d'abord l'excès de AD sur BD, qui est précisément le côté AB, pour le multiplier par la moitié de CD. Le côté AB contenant 10 unités, par exemple, et DC, 8, on aura 4 fois 10, ou 40 unités carrées, pour la surface du triangle ABC.

Le côté du triangle sur lequel on abaisse la perpendiculaire se nomme *base*, et la perpendiculaire, *hauteur*. On voit donc, d'après ce qui précède, que *la mesure de l'aire d'un triangle est le produit de sa base par la moitié de sa hauteur*.

29. Des triangles on passe aux parallélogrammes. En tirant dans le parallélogramme ABCD, *fig*. 26, de l'un des angles à son opposé, une ligne AC, que l'on nomme *diagonale*,

on partage ce parallélogramme en deux triangles qui sont visiblement égaux; l'un d'eux, le triangle ABC, par exemple, a pour mesure, d'après le numéro précédent, la moitié du produit de sa base AB par sa hauteur CE : le parallélogramme, étant double du triangle, aura donc pour mesure ce produit tout entier.

Il faut observer que la perpendiculaire CE marque la *hauteur* du parallélogramme, et que donnant alors au côté AB le nom de base, on dit que *l'aire d'un parallélogramme est égale au produit de sa base par sa hauteur.*

30. Dans les quadrilatères, on distingue encore le *trapèze*, qui n'a que deux côtés parallèles : ABCD, *fig*. 27, est un trapèze. On le partage en deux triangles, en tirant une diagonale AC. Le triangle ABC a pour mesure AB multipliée par la moitié de CE, et le triangle ACD, CD multipliée par la moitié de AF ; mais AF est évidemment égale à CE, à cause du parallélisme des lignes AB et CD : le multiplicateur sera donc le même dans les deux produits, et l'on aura par conséquent la somme de ces produits, ou l'aire du trapèze, en multipliant tout de suite la somme des multiplicandes CD et AB, par le multiplicateur commun, qui est la moitié de la hauteur CE.

Il suit de là que l'*aire d'un trapèze a pour mesure le produit de la somme de ses deux côtés parallèles, par la moitié de leur distance perpendiculaire.*

Si AB contenait 9 unités, CD, 3, CE, 4, l'aire du trapèze s'obtiendrait en ajoutant les nombres 9 et 3, et multipliant leur somme 12 par la moitié de 4, ou 2, ce qui donnerait 24.

31. Avec les règles précédentes, on mesure tout terrain dont le contour est composé d'un nombre quelconque de lignes droites, pourvu qu'on puisse le parcourir dans tous les sens. Il suffit pour cela de joindre l'un de ses angles à tous les autres, en traçant dans son intérieur des lignes *diagonales*, comme on le voit dans la *fig*. 28. Il se trouve partagé en triangles, dont on calcule séparément l'aire, en mesurant

le côté sur lequel on a abaissé la perpendiculaire, et cette perpendiculaire elle-même ; la somme de tous les résultats donne la surface du terrain proposé.

32. Il y a une autre manière de décomposer en figures simples un terrain quelconque, par laquelle on a moins de lignes à mesurer que par la précédente. Au lieu de mener des diagonales d'un angle à tous les autres, on tire une ligne, comme AD, *fig.* 29, qui traverse le terrain dans sa plus grande longueur ; et de chacun de ses angles on abaisse une perpendiculaire sur cette ligne : le terrain se trouve alors partagé en triangles rectangles, et en trapèzes dont deux côtés sont perpendiculaires au troisième.

L'aire de chaque triangle s'obtiendra en prenant la moitié du produit de sa hauteur, qui est la perpendiculaire abaissée de son sommet sur la ligne AD, par sa base, qui est la distance du pied de cette perpendiculaire à l'une ou à l'autre des extrémités de la ligne AD que je nommerai *directrice*.

Pour calculer chaque trapèze, B*bc*C, par exemple, on regardera les perpendiculaires B*b* et C*c* comme les bases, et on prendra *bc* pour la hauteur.

Cela fait, la somme des aires des triangles et de tous les trapèzes, dont la figure est composée, donnera celle du terrain.

33. Le procédé exposé dans l'article précédent a, sur celui du nº 31, l'avantage d'être applicable aux terrains dont on ne peut point parcourir l'intérieur dans tous les sens. La *figure* 30 représente cette application : on y a d'abord tiré une directrice AB, de manière que ses extrémités dépassent les parties du terrain qui s'avancent le plus de chaque côté ; aux points A et B, on a élevé deux nouvelles directrices AD et BC, perpendiculaires à la première ; puis on en a tiré une quatrième DC, perpendiculaire sur AD, et qui achève d'envelopper le terrain dans un rectangle ; enfin, de chacun des angles du terrain, on a abaissé, sur ces directrices, des perpendiculaires qui

partagent en trapèzes ou en triangles rectangles tout l'espace compris entre le rectangle ABCD et le terrain proposé. Si on avait en effet mesuré les hauteurs et les bases de ces trapèzes et de ces triangles, on en calculerait les aires d'après les règles données ci-dessus, puis on en ferait la somme pour la retrancher de l'aire du rectangle ABCD, et l'on aurait celle du terrain proposé, quelque irrégulière que fût sa figure.

34. Si le terrain à mesurer n'est pas terminé par des lignes droites, on pourra toujours l'envelopper dans une figure rectiligne qui en diffère très-peu, ou faire passer chaque côté de cette figure, partie intérieurement, partie extérieurement, au terrain proposé, de manière que les portions ajoutées au terrain, dans la figure, compensent celles qui sont restées en dehors, ainsi que le montre la *figure* 31; ce qui sera toujours aisé à faire, quand on aura multiplié assez les lignes droites, dans le contour du terrain, pour n'avoir à estimer à vue que des portions fort petites.

Les simplifications que les diverses formes de terrain pourraient apporter dans les procédés ci-dessus, donneraient lieu à beaucoup de remarques qui ne sauraient trouver place ici; mais tout lecteur susceptible d'attention et qui se sera exercé, en commençant par des exemples faciles, sur les opérations que je viens d'indiquer, imaginera sans peine les expédients convenables aux circonstances qu'il rencontrera : la vue du terrain en suggère beaucoup plus que l'on n'en saurait rapporter dans un traité même assez développé.

Pour avoir mis le lecteur en état d'arpenter sur place un terrain quelconque, qui serait à peu près horizontal, il ne me reste plus qu'à parler de la manière dont on prend, sur le terrain, la mesure des lignes, parce que j'ai déjà dit aux n^{os} 17 et 18 comment on mène les perpendiculaires.

35. On emploie, pour mesurer une distance, soit des mesures inflexibles, comme une toise, une perche, soit un cordeau divisé par des nœuds, en un certain nombre d'unités,

soit une chaîne; et, dans quelques parties de la France, on se sert d'un grand compas de bois de trois à quatre pieds de longueur, portant entre ses branches un arc de fer, sur lequel sont indiquées les diverses longueurs qu'embrassent les ouvertures qu'on lui donne. Ce dernier instrument devrait être entièrement rejeté, d'abord parce qu'il est défectueux en lui-même, ensuite parce qu'il est difficile, par son moyen, de mesurer bien en ligne droite, et enfin parce que les pointes s'enfonçant plus ou moins, suivant la consistance du terrain sur lequel on passe, les enjambées du compas ne sont pas toutes égales; et comme une médiocre distance en contient un grand nombre, la plus petite erreur, étant répétée autant de fois, donne lieu à des inexactitudes assez considérables.

Le moyen le plus exact et en même temps le plus simple de mesurer une distance, est d'employer deux perches de bois bien sec, qu'on a divisées d'avance avec soin, suivant la mesure adoptée, soit la toise, soit le mètre. Pour en faire usage, on tend un cordeau dans la direction de la ligne à mesurer, qui est marquée par un nombre suffisant de piquets (nº 4), et on pose les deux perches bout à bout le long de ce cordeau, puis on relève la première perche pour la placer à la suite de la seconde. En continuant de cette manière jusqu'à ce que l'on soit parvenu à l'extrémité de la ligne, avec l'attention d'éviter, dans le placement successif des perches, tout choc qui pourrait déplacer celle sur laquelle on s'appuie, on obtiendra une mesure très-exacte, surtout si l'on a soin de placer les perches horizontalement, en élevant celle de leurs extrémités qui serait la plus basse, bien d'aplomb sur l'extrémité qui lui correspond dans la perche précédente : la *figure* 32 représente cette dernière opération.

On peut, à la vérité, se passer le plus souvent de ces précautions minutieuses; mais il n'est jamais bien sûr de substituer aux perches un cordeau, parce que sa longueur peut varier à chaque instant, suivant la force avec laquelle il est tendu. C'est pour éviter cet inconvénient, que les arpenteurs font usage d'une chaîne de fer, terminée par deux anneaux que l'on fixe sur le terrain avec des piquets de fer appelés *fiches*. L'inspection de cette chaine en fera mieux connaître l'usage que la description que j'en donnerais ici; mais j'indiquerai la manière dont on se sert des fiches, pour prévenir les erreurs que l'on peut commettre dans le nombre de fois que l'on place la chaîne sur une même direction.

Deux personnes portent la chaîne : celle qui marche devant a dans sa main toutes les fiches, au nombre de dix, et en plante une dans l'anneau qu'elle tient, après avoir tendu la chaine sur le terrain dans la direction convenable. Cela fait, elle enlève la chaîne, se remet en marche jusqu'à ce que la personne qui porte l'autre extrémité de cette chaine soit arrivée à la fiche plantée, et y ait placé l'anneau qu'elle tient. Quand, dans cette seconde situation, la chaine est tendue par la personne qui marche devant, elle y plante sa seconde fiche; l'autre personne relève la première, et vient se placer à la seconde, qu'elle relève ensuite de même. De cette manière, les fiches passent successivement dans la main de la personne qui marche derrière la chaîne, et lorsqu'elle les tient toutes, il est sûr que la chaîne a été placée dix fois de suite depuis le premier point jusqu'à celui où cette personne est arrivée ; elle rend alors les fiches à la première, et l'opération continue dans le même ordre qu'auparavant. En notant avec soin chaque dizaine de chaînes, on prévient tous les mécomptes qui pourraient avoir lieu sur le nombre de ces chaînes, et qui, sans la précaution que je viens d'indiquer, seraient extrêmement fréquents.

A ce qui précède je dois ajouter l'indication des mesures dites *à ruban*, dont l'usage est très-commode, et par cette raison très-répandu aujourd'hui. Elles consistent dans un ruban de fil qui s'enroule sur un axe de métal, et se place dans une boite, de manière qu'une mesure de 12 mètres (ou six toises environ) n'excède pas le volume d'une tabatière de médiocre grandeur. M. de Prony, qui s'est beaucoup servi de ces mesures, recommande celles que M. Champion fabrique, parce que, outre une grande exactitude dans les divisions, le ruban est préparé de sorte qu'il n'éprouve aucune altération par l'humidité.

DEUXIÈME PARTIE.

DE LA LEVÉE DES PLANS.

36. Les mesures étant prises, on peut, au lieu d'effectuer les calculs sur la place même, à la suite de chaque opération partielle, consigner ces mesures sur un *croquis* où l'on a figuré à peu près les lignes qui ont été conçues sur le terrain, et faire chez soi les opérations numériques; mais alors rien n'est plus aisé que de construire, avec les mesures données, le plan du terrain que l'on s'est proposé d'arpenter. Il suffit, pour cela, de réduire les mesures prises sur le terrain dans une proportion qui permette de les placer sur le papier que l'on destine au plan; comme, par exemple, de prendre un pouce pour représenter une toise, ou 12 toises, ou 120 toises, etc., suivant la grandeur du terrain à figurer. Si l'on mesurait au mètre, il faudrait prendre le centimètre pour représenter un mètre, ou 10 mètres, 100 mètres, etc.; car c'est une attention, sinon indispensable, du moins très-utile, de faire toujours les réductions d'après les nombres qui divisent exactement la mesure adoptée. Quand on prend, par exemple, un pouce pour représenter une toise, chaque pied du terrain occupe sur le papier 2 lignes; si c'est 12 toises que représente le pouce, la toise du terrain occupe une ligne sur le papier, et ainsi de suite. On n'a donc pas besoin d'autre chose que d'un pied bien divisé, pour trouver la grandeur que doit prendre chaque droite en passant du terrain sur le papier. Cette opération serait encore plus facile et plus exacte si l'on avait mesuré au mètre, parce que les réductions décimales étant conformes à la base de notre numération, s'effec-

tuent avec la plus grande promptitude, et que d'ailleurs on trouve dans le commerce des doubles décimètres en buis, bien supérieurs pour l'exactitude des divisions à l'ancien pied de roi, et moins chers.

37. Lorsqu'on n'a pas un double décimètre ou un pied assez bien divisé pour s'en servir comme je viens de le dire, ou, lorsque, pour renfermer tout un plan sur un papier de grandeur donnée, on veut adopter pour la toise ou pour le mètre une longueur qui n'est pas marquée sur le pied ou sur le décimètre, il faut alors construire une *échelle*, c'est-à-dire assigner une ligne AB, *fig.* 33, pour la grandeur que doit occuper sur le papier un nombre donné de toises ou de mètres, 10, par exemple. On divise d'abord cette ligne en deux parties égales, ce qui fournit 5 toises; ensuite on divise chacun de ces intervalles en cinq parties, et on a la grandeur que doit occuper une toise ou un mètre; enfin, on divise en six parties l'espace qui représente une toise, afin d'avoir des pieds, ou en dix celui qui représente un mètre, afin d'avoir des décimètres. Il y a des moyens de faire sans tâtonnement toutes ces divisions; mais leur exactitude est plutôt intellectuelle qu'effective; et un peu d'habitude rend le tâtonnement plus prompt et plus sûr que l'emploi de ces moyens.

Pour peu qu'on ait manié le compas, on sait qu'après avoir pris à vue la moitié d'une droite, il faut porter l'ouverture du compas deux fois sur cette droite, en partant de l'une de ses extrémités; et si l'on ne tombe pas exactement sur l'autre, on partage à peu près la différence en deux parties égales, en ouvrant ou en fermant le compas d'une quantité convenable.

On porte cette nouvelle ouverture deux fois sur la ligne, et le plus souvent elle la donnera exactement; mais si cela n'arrivait pas, on corrigerait l'erreur, ainsi que l'on a fait pour la première ouverture, et l'on arriverait bientôt à l'ouverture de compas qui embrasse la moitié de la ligne. Ce procédé s'applique à toutes les divisions de la ligne droite, et son succès est fondé sur la facilité qu'a l'œil de partager en portions égales les petits espaces.

38. Quand on a construit l'échelle, il est bien aisé de tracer sur le papier les *figures* 29 et 30; car il n'y a qu'à mener les directrices, porter sur chacune les nombres de divisions qui représentent les distances des pieds des perpendiculaires à l'une ou à l'autre des extrémités de ces directrices, puis élever les perpendiculaires par leur pied ainsi trouvé, leur donner la longueur correspondante à leur mesure, et joindre leur seconde extrémité par des droites, comme elles sont jointes sur le terrain.

39. Ce tracé, qui ne doit présenter aucune difficulté, lorsque l'on aura effectué les opérations décrites précédemment, pourrait sembler long, si l'on élevait toutes les perpendiculaires suivant le procédé du nº 14. On l'abrége en se servant d'une équerre, qui est le plus ordinairement un triangle de bois, représenté dans la *figure* 34. On applique l'un des côtés de son angle droit sur la ligne sur laquelle on veut élever la perpendiculaire, et de manière que le point B tombe sur le pied de cette perpendiculaire : traçant alors une ligne, le long du côté BC, ce sera la perpendiculaire demandée.

On serait sûr de son exactitude si l'équerre était juste; mais c'est ce qui arrive rarement; et même une équerre qui serait juste peut cesser de l'être par le travail du bois; c'est pourquoi il vaut mieux construire une première perpendiculaire avec tout le soin possible, et employer l'équerre à mener parallèlement à celle-là toutes les autres, comme je vais le dire. On appliquera un des côtés de l'équerre sur la première perpendiculaire BD, *fig*. 35, et on placera sous l'autre côté une règle EF ; puis, en maintenant celle-ci dans la même situation, on fera glisser l'équerre, dont le côté BC s'avancera toujours parallèlement à lui-même; et en l'amenant successivement aux différents points de la ligne GH, par lesquels on veut élever des perpendiculaires, il en marquera la direction.

Quand, par ces moyens, on aura construit le plan du terrain proposé, on pourra y tracer telle figure que l'on voudra; on en mesurera les côtés au moyen de l'échelle, et on en calculera les surfaces par les règles propres à chacune de ces figures. A la vérité, les directrices perpendiculaires (nº 32), s'écartant quelquefois beaucoup du contour du terrain, embrassent un trop grand espace, et obligent à mesurer plus de lignes qu'il n'en faudrait; mais pour faire connaître des moyens plus expéditifs, il est nécessaire de reprendre les choses de plus haut.

40. En ne considérant d'abord sur le terrain que deux points A et B, *fig*. 36, tout ce qu'on peut faire pour en représenter sur le papier la situation respective, se borne à mesurer la distance de ces points, et à tirer sur le papier une droite *ab*, à laquelle on donnera, en parties de l'échelle, une longueur égale à la mesure de la distance AB.

Si l'on prend ensuite sur le terrain un troisième point C, *fig*. 37, il faudra le lier avec les points A et B, de manière à déterminer sa situation à l'égard de ces points, et transporter sur le papier les données fournies par cette opération, afin de trouver un point *c* placé, à l'égard des points *a* et *b*, comme le point C l'est à l'égard de A et de B.

Tel est le problème que l'on a sans cesse à résoudre lorsqu'on lève un plan quelconque : on peut le faire de trois manières différentes, que je vais exposer successivement.

41. On conçoit sans peine que la connaissance des distances AC et BC ferait trouver sur le terrain la position du point C, quand même il n'y serait pas marqué; car si on fixait au point A une des extrémités d'un cordeau de même longueur que la distance AC, et au point B celle d'un cordeau de même longueur que la distance BC, en rapprochant les deux autres extrémités de ces cordeaux, elles se réuniraient précisément au point C.

On peut effectuer sur le papier une opération analogue, en prenant successivement sur l'échelle deux ouvertures de compas correspondantes aux distances AC et BC mesurées sur le terrain, puis, décrivant du point a comme centre, avec la première de ces ouvertures, et du point b comme centre avec la seconde, des arcs de cercle, ils se couperont en un point c dont les distances aux points a et b seront dans le même rapport que les distances du point C aux points A et B.

Par une semblable opération, on lierait à deux quelconques des points A, B, C, un quatrième point D, et l'on trouverait la position du point d qui lui correspond sur le papier; puis, en passant ainsi, de proche en proche, à tous les points remarquables d'un terrain, on en leverait le plan sans y employer d'autres instruments que la perche, ou la chaîne et des piquets.

42. Au lieu de lier le point C aux points A et B par les distances AC et BC, on peut chercher à déterminer l'inclinaison de la ligne AC à l'égard de la ligne AB, ou l'angle que ces deux droites font entre elles, et mesurer seulement la distance AC; car si l'on avait sur le terrain un point E, *fig.* 38, dans l'alignement de la droite AC, on tomberait sur le point C, en portant sur cet alignement une longueur égale à la distance AC.

Les angles sur le terrain se prennent immédiatement avec la *planchette*, instrument qui, réduit à sa forme la plus simple, n'est autre chose qu'une petite table portative, ayant un pied tel que l'on puisse, sans beaucoup de peine, la placer horizontalement. On fixe sur cette table la feuille de papier qui doit recevoir le plan, et, pour prendre les alignements, on peut se servir d'une règle épaisse que l'on place de *champ*, et dont on dirige le bord sur le point auquel on vise (voyez la *figure* 39); en tirant une ligne le long de la règle, on a sur le papier l'alignement désiré.

Pour mesurer l'angle BAC, *fig.* 40, on portera la planchette en A; on plantera une aiguille au point a, répondant à-plomb sur le point A du terrain; on appliquera le bord de la règle contre cette aiguille, et on le dirigera dans l'alignement du piquet du point B, puis on tirera sur le papier la ligne *ab*; on fera venir ensuite le bord de la règle dans la direction du point C, en ayant soin que ce bord soit toujours appliqué contre l'aiguille; on tirera la ligne *ac* : l'angle *bac* sera le même que l'angle BAC.

On achèvera de déterminer la position respective des trois points *a*, *b*, *c*, en portant sur les droites *ab* et *ac*, à partir du point *a*, les nombres de parties de l'échelle correspondant aux distances AB et AC mesurées sur le terrain.

La même opération, effectuée sur les différents points qu'on peut apercevoir du point A, les lierait tous ensemble, et donnerait la position de ceux qui les représentent sur le plan : c'est ce que la *figure* 41 indique suffisamment. On y voit comment, en dirigeant successivement la règle sur les piquets plantés aux points B, C, D, E, F, puis mesurant sur le terrain les distances AB, AC, AD, AE, AF, on a obtenu sur le papier les points *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, et formé la figure *abcdef*, semblable au contour du terrain.

Pour lier avec le point C, *fig*. 42, un point G, que l'on n'apercevrait pas du point A, ou qui en serait trop éloigné, il faut transporter la planchette en C, planter l'aiguille au point *c*, placer ensuite la règle contre l'aiguille et sur la ligne *ac*, puis tourner la planchette de manière que le point *a* soit dans la direction du piquet planté en A. Cela fait, on dirigera la règle vers le piquet planté en G, on tirera *cg*, et l'on aura l'angle *acg*.

Mesurant ensuite la distance CG, et prenant la longueur correspondante en parties de l'échelle, pour la porter sur *cg*, on obtiendra le point *g*, qui représente sur le plan le point G du terrain.

En continuant d'opérer ainsi, on passerait à un cinquième point, et on suivrait un contour quelconque, en se portant au sommet de chacun de ses angles, ou à tous les changements remarquables de sa direction.

Si le contour était fermé, on devrait, en déterminant le dernier côté, retomber sur le point duquel on est parti : c'est là ce qu'on appelle *se fermer*. Il est bien rare qu'on y réussisse exactement ; mais lorsqu'on ne trouve pas une erreur trop considérable, on dérange un peu chaque point, afin d'arriver juste au dernier, en répartissant cette erreur sur l'ensemble de l'opération.

43. La troisième manière de lier un point C avec deux autres points A et B, et qui s'applique au cas où l'on ne saurait approcher de ce point, *fig.* 43, consiste à prendre les angles A et B du triangle ABC. Elle est fondée sur ce que le point C serait déterminé sur le terrain, si l'on avait un point E dans l'alignement AC, et un point F dans l'alignement BC, parce qu'en prolongeant ces alignements, soit avec des cordeaux, ou autrement, leurs directions ne pourraient se rencontrer qu'au seul point C.

On établira donc d'abord la planchette en A, *fig.* 44, pour tracer l'angle *bac*, comme on l'a enseigné n° 42 ; mais on ne mesurera que AB, pour donner à la droite *ab* la longueur correspondante en parties de l'échelle, puis on transportera la planchette en B ; on l'y placera de manière que le point *b*, où l'on plantera l'aiguille, réponde à-plomb sur le point B, et que le point *a* soit tourné vers un piquet qu'on aura planté au point A, lorsqu'on en aura enlevé la planchette. Cela fait, on dirigera la règle sur le piquet du point C ; elle rencontrera, au point *c*, la droite menée du point *a* vers le même piquet du point C.

Par ce dernier procédé, on lève très-promptement le plan du terrain, lorsqu'il est possible d'y trouver deux points desquels on en aperçoive un grand nombre d'autres, et on n'a besoin que de mesurer la distance des deux premiers points, distance qu'on appelle *base*, et qu'il ne faut pas prendre trop petite. La *figure* 45 explique suffisamment cette opération.

Enfin, il faut encore observer que si on voulait marquer sur le plan un point E qui ne fût pas visible des points A et B, ou qui en fût trop éloigné, on y parviendrait en portant successivement la planchette en deux points C et D, déjà déterminés, et desquels le point E serait visible. On opérerait à chacun de ces points comme on l'a fait en A et en B, seulement il ne serait pas nécessaire de mesurer sur le terrain la distance des piquets C et D, puisqu'on aurait sur la planchette la longueur de la ligne *cd*.

Si l'étendue de la planchette n'était pas assez grande pour contenir tout le plan qu'on se propose de lever, on changerait le papier; mais il faudrait placer sur la nouvelle feuille deux des points marqués sur celle qu'on a ôtée, afin de pouvoir, par le moyen de ces deux points, qui leur sont communs, assembler les deux feuilles.

44. On est souvent obligé, dans la levée des plans, d'employer tour à tour tous les procédés enseignés jusqu'ici. On a recours aux perpendiculaires (nº 32) lorsque l'on rencontre des sinuosités trop fréquentes ou trop resserrées pour les ramener aisément à des lignes droites; on fixe par de petits triangles, comme on l'a indiqué nº 41, les points très-rapprochés, et qui exigeraient des déplacements trop fréquents de la planchette.

On est surtout obligé de se servir de ce moyen ou de quelque autre analogue, lorsqu'en levant un contour, il faut partir de points sur lesquels on ne saurait poser un instrument, comme les angles d'un mur. On se place alors dans le prolongement de l'une de ses faces, si l'on est en dehors, et on mène une parallèle au côté suivant; et, quand on est dans l'intérieur on se place à la rencontre de deux parallèles aux côtés de cet angle, menées à volonté. La *figure* 47 offre, aux points A et B, un exemple de ces deux cas.

La même figure, portant les divers tracés indiqués dans ce qui précède, fait sentir les avantages de la planchette, même à l'égard des opérations où elle n'est pas nécessaire. Elle permet de rapporter sur le papier ces opérations, à la vue même des objets que l'on veut représenter; tandis que, quand on se borne à prendre les mesures sur le terrain pour les assembler chez soi, à moins d'écrire jusqu'à des détails très-minutieux, ou d'en charger sa mémoire, on est exposé à négliger beaucoup de circonstances nécessaires à la vérité du plan.

Afin de rendre la planchette plus commode, on lui a donné un pied à trois branches, fait de manière qu'elle puisse être facilement mise dans une situation horizontale, et tourner autour de son centre sans s'incliner d'aucun côté.

Au lieu d'une règle ordinaire, assez difficile à bien aligner, on emploie une *alidade*, ou règle de cuivre garnie de pinnules (voyez la *fig.* 46) bien perpendiculaires dans tous les sens sur la lame qui les joint, et bien hautes, afin que, sans incliner la planchette, on puisse viser aux points du terrain qui sont plus élevés ou plus bas; souvent on met une lunette sur l'alidade, en place des pinnules, pour mieux voir les objets éloignés; mais la condition essentielle pour la sûreté et la promptitude de l'opération, est que la tablette ne s'ébranle pas sous la main qui dessine, afin que les lignes que l'on y trace conservent bien la direction des rayons visuels. On s'en assure, lorsqu'on prend un angle, en remettant l'alidade sur le premier côté, pour vérifier s'il a conservé l'alignement du point qui est à son extrémité.

45. Lorsqu'on veut calquer un plan levé à la planchette, soit pour en avoir un double, soit pour le mettre au net, il faut le *piquer* ou le *calquer*. La première opération consiste à poser sur une nouvelle feuille de papier celle qui couvrait la planchette, et à la piquer avec une épingle bien fine, dans tous les points remarquables du plan, situés sur son contour et dans son intérieur. On joint ensuite par des lignes convenables les piqûres marquées sur la feuille inférieure.

Pour tracer un plan, il faut le placer sur un carreau de verre exposé au grand jour, et les traits du plan paraîtront à travers le papier blanc appliqué dessus. On pourra se borner à marquer seulement les points nécessaires pour déterminer les contours et les lignes du plan, ou bien suivre avec le crayon ces contours et ces lignes dans toute leur étendue.

46. Si l'on ne voulait pas piquer le plan *minute*, et qu'on trouvât trop incommode de le calquer à la vitre, comme il vient d'être dit, on pourrait en construire une copie par des procédés analogues à ceux qu'on a employés pour le lever, c'est-à-dire en mesurant les angles et les côtés, pour en faire d'autres qui leur soient égaux, sur la feuille destinée à recevoir la copie. La détermination des points sur cette copie peut s'opérer par les procédés des numéros 41, 42, 43 ; il faut seulement ajouter aux deux derniers la manière de faire, sur le papier, un angle qui soit égal à un autre, ce qui est très-aisé.

Soit BAC, *fig.* 48, un angle donné, et qu'il s'agisse d'en construire un égal, en *a*, sur la ligne *ab ;* on prendra sur les côtés du premier angle deux distances égales AB et AC; on portera la même distance sur *ab ;* puis du point *a* comme centre, et avec cette distance comme rayon, on décrira un arc de cercle *ef*, et prenant sur le premier angle l'ouverture de compas BC, on s'en servira pour décrire, du point *b* comme centre, un arc de cercle *gh* qui coupera le premier en un point *c*, tel qu'en tirant *ac*, on aura l'angle *bac* égal à l'angle BAC. On sentira l'exactitude de ce procédé, en observant que l'ouverture *bc* du second angle étant égale à l'ouverture BC du premier, et placée aux mêmes distances du sommet, ces deux angles se couvriraient parfaitement si on les posait l'un sur l'autre.

Si on voulait réduire le plan minute à de plus petites dimensions, il faudrait faire sur la copie les angles égaux à ceux de l'original, mais réduire les côtés dans les rapports que l'on veut établir entre les dimensions de la copie et celles de l'original.

47. Avec la planchette, on trace aisément sur le terrain toute figure qu'on a construite sur le papier. La *figure* 41 représente cette opération, qui est l'inverse de celle du nº 42. Il faut d'abord se donner un point du contour et la direction de l'un de ses côtés, le point A et la ligne AB, par exemple. En plaçant la planchette de manière que le point *a* réponde à-plomb sur son analogue A, et que le côté *ab* soit dans l'alignement de AB, il n'y aura plus qu'à porter successivement l'alidade sur les droites *ab*, *ac*, *ad*, *ae*, *af*, et à mesurer, dans ces alignements, des distances correspondantes aux longueurs des lignes *ab*, *ac*, *ad*, *ae*, *af*, données par l'échelle.

48. On a vu dans les nºs 42, 43, et surtout dans le dernier, le parti que l'on peut tirer de la mesure des angles pour la levée des terrains; aussi a-t-on imaginé divers instruments pour les mesurer. La construction de tous ces instruments repose sur les considérations suivantes.

Si on conçoit que le rayon AC, *fig*. 4, soit d'abord couché sur le rayon AB, puis qu'il s'en écarte en tournant autour du point A, comme sur une charnière, il fera successivement avec AB tous les angles possibles. On prouve en géométrie, et on voit assez facilement d'ailleurs, que les arcs embrassés par les divers angles, ont entre eux les mêmes rapports que ces angles; c'est pour cela qu'on fait servir les arcs à la mesure des angles; et comme il ne s'agit que de rapports, on prend pour terme de comparaison des arcs la circonférence entière que, dans l'ancien système métrique, on divise en 360 parties appelées *degrés*. Le degré est divisé en 60 parties appelées *minutes*, la minute en 60 parties appelées *secondes*.

Dans le nouveau système métrique, la circonférence est divisée en 400 parties; on verra bientôt pourquoi. Ces parties se nomment *grades*; le grade se divise en 100 *minutes*, et la minutes en 100 *secondes*.

Cela posé, si l'un des diamètres qui porte des pinnules dans l'équerre représentée sur la *figure* 12 (nº 18), au lieu d'être fixe, devient mobile autour du centre du cercle, et que la circonférence de ce cercle soit divisée en *degrés* ou en *grades*, on pourra s'en servir pour mesurer un angle, en plaçant sur l'un des côtés de cet angle le diamètre fixe de l'instrument, et amenant sur l'autre le diamètre mobile, l'arc compris entre les deux diamètres donnera la mesure de l'angle cherché.

Il faut observer que cet angle se trouve marqué deux fois sur la circonférence du cercle, savoir : par l'arc compris entre les extrémités des diamètres tournées vers les objets auxquels on vise, et par l'arc compris entre les extrémités opposées (1). C'est ce qu'on voit sur la *figure* 4, aux arcs BC et FG, l'un compris entre les rayons BA et CA, et l'autre entre les rayons FA et GA. Le premier de ces arcs mesure l'angle BAC, et l'autre l'angle FAG, formés tous deux par les mêmes diamètres BF et CG, et que leur situation a fait nommer *angles opposés par le sommet.*

Il est aisé de voir que les arcs BC et FG sont nécessairement égaux ; car le point A étant le centre du cercle, BF et CG sont des diamètres, et par conséquent les arcs BEF et CFG sont égaux comme moitiés de la circonférence du cercle. Si donc on en retranche l'arc CEF, qui leur est commun, les arcs restants BC et FG doivent être égaux, et aussi les angles qu'ils mesurent. On dit en conséquence que *les angles opposés par le sommet sont égaux.*

Cela sert à reconnaître si la circonférence de l'instrument est bien divisée, et si les lignes qui marquent l'angle passent bien par le centre, parce qu'alors on lira sur les arcs BC et FG le même nombre de degrés et de parties de degré.

En appliquant cette remarque à la *figure* 3, on voit que les quatre angles formés par les droites AB et CD sont opposés

(1) Pour bien comprendre cette remarque et les suivantes, il faut, si l'on n'a pas d'instrument à sa disposition, décrire un cercle sur un carton ou sur une planche, le diviser en degrés, en marquer le centre avec une aiguille, et faire mouvoir une règle autour de ce point.

par le sommet, deux à deux, savoir : AEC et BED, AED et BEC. Les deux couples diffèrent à l'œil, en ce que dans l'un les angles sont aigus, et que dans l'autre ils sont obtus, à moins que les deux lignes ne soient perpendiculaires, auquel cas les quatre angles sont droits (voyez la *figure* 10).

Remarquez encore que l'angle CAF, *fig.* 4, formé par le rayon AC et par le prolongement AF du rayon AB, étant joint au premier angle BAC, embrasse la demi-circonférence BCEF. On dit, à cause de cela, que l'angle CAF est le *supplément* de l'angle BAC; l'arc qui mesure l'un étant connu, en le retranchant de la demi-circonférence, on aura la mesure de l'autre. L'angle BAG est de même le supplément de FAG.

L'inspection de la *figure* 4 fait voir aussi que tous les angles qu'on peut former à un même point A, et du même côté d'un droite BF, réunis ensemble, embrassent la demi-circonférence; que, par conséquent, deux angles droits comme BAE et FAE, étant égaux, chacun embrasse le quart de la circonférence, qui mesure par conséquent la plus grande inclinaison qu'une droite puisse avoir sur une autre.

C'est pour cela que, dans le nouveau système métrique, on a fait du quart de cercle le terme de comparaison des arcs et des angles, en y appliquant la division décimale.

Enfin, le cercle enveloppant de toutes parts son centre A, on voit encore que tous les angles qu'on pourra former autour d'un même point comme sommet, embrasseront la circonférence, et équivaudront à quatre angles droits.

Il peut être bon aussi de savoir que quand deux angles sont tels que leur somme ou leur différence fait un angle droit, ils sont dits *compléments* l'un de l'autre : CAE est le complément de BAC, et il l'est aussi de CAF.

49. Les instruments avec lesquels on mesure les angles sur le terrain, étant spécialement consacrés aux grandes opérations, ont, lorsqu'ils sont faits avec soin, beaucoup de parties accessoires destinées à en assurer la précision, et exige-