

Dans le cas de la *fig. B*, où la base augmente, on a l'équation  $a^2 = \left( \frac{b + b + \frac{x}{c}}{2} \right) x$ , où l'on voit que le terme qui

contient *C* est affecté du signe +, tandis que dans le premier cas il avait le signe —. Cette réflexion fait voir que pour se servir de la formule dans le cas de la *fig. B*, il faut changer les signes des termes renfermant *C*, et l'on aura  $x = -bc \pm \sqrt{-b^2 - c^2 + 2ca^2}$ .

44. Cette méthode d'élever une perpendiculaire *ag* de 100 mètres à la ligne connue *b*, et l'ordonnée *gh*, indique le moyen de mesurer à l'équerre un angle *gah* dont cette ordonnée *gh* est la tangente. En effet, supposons *gh* = 34<sup>m</sup>.5 (*Suppl.*, *fig.* 27) :

Le rayon tang. *gab* ∷ *ag* ∷ *gah*, ou R ∷ tang *gah* ∷ 100 ∷  
34 ∷ 5 × R  
34.5, d'où l'on tire  $\frac{34 \cdot 5 \times R}{100} = \text{tang } gah$ .

Le log. de l'ordonnée *gh* ou 34<sup>m</sup>.5 = 1,53782

Ajoutant le logarithme du rayon moins

celui de 100 = . . . . . 8,

Log. de tang. *gah* = 9,53782 = 19<sup>o</sup>2'

*Solution graphique des problèmes précédents.*

45. Partager un triangle *bac* en deux parties égales, par une ligne *ef* parallèle au côté *ac* de ce triangle (*Suppl.*, *fig.* 28).

Soit *s* la surface totale : on veut remplir les conditions de la proportion  $s : \frac{s}{2} :: ab^2 : be^2$ , les deux triangles *bef* et *bac* étant semblables.

Partagez  $ab$  en deux parties égales en  $d$ , décrivez la demi-circonférence  $bga$ ; élevez la perpendiculaire  $dg$ ; d'un rayon  $bg$ , décrivez l'arc de cercle  $ge$ ; par le point  $e$  menez  $ef$  parallèle à la base  $ac$ , ce sera la ligne demandée.

En effet, dans le triangle rectangle  $bga$  ou a  $ba : bg$  ou  $be :: be : bd$  ou  $\frac{1}{2} ab$ , segment correspondant, d'où l'on tire :

$$\frac{ab \times ab}{2} = \overline{be}^2 \text{ ou } \frac{\overline{ab}^2}{2} = \overline{be}^2.$$

Ainsi les conditions de l'équation ci-dessus sont remplies, puisque le petit triangle doit être moitié du triangle total.

46. Partager un triangle  $abc$  en trois parties égales par les lignes  $rv$ ,  $pf$  parallèles à sa base  $ac$  (*Suppl.*, fig. 20).

Décrivez le demi-cercle  $bgha$ ; partagez  $ab$  en trois parties égales aux points  $ed$ ; élevez les perpendiculaires  $eh$ ,  $dg$ ; du point  $b$ , comme centre, décrivez les arcs  $gr$ ,  $hp$ ; par les points  $r$  et  $p$  menez les parallèles  $pf$ ,  $rv$  qui sont les lignes de partage demandées.

En effet, les triangles  $bac$ ,  $bpf$ ,  $brv$ , doivent être entre eux comme

$$\overline{ab}^2 : \overline{bp}^2 : \overline{br}^2 \text{ ou } 1 : \frac{2}{3} : \frac{1}{3} :: \overline{ab}^2 : \overline{bp}^2 : \overline{br}^2.$$

Dans le triangle rectangle  $bha$ , on a :

$$ab : bh \text{ ou } bp :: bp : be, \text{ ou } \frac{1}{3} ab :$$

$$\text{donc } \overline{bp}^2 = \frac{2ab^2}{3}$$

et de même dans le triangle rectangle  $bga$ , on a

$$ab : bg \text{ ou } br :: br : bd \text{ ou } \frac{1}{3} ab ;$$

$$\text{donc } \overline{br}^2 = \frac{2ab^2}{3}$$

47. Il en serait de même si l'on voulait partager le triangle

*abc* en un certain nombre de parties égales ou proportionnelles par des lignes parallèles à sa base *ac*. Cela se réduit donc, graphiquement et par le calcul, pour avoir les points de division *r* et *p* sur le côté *ab*, à chercher pour chaque point la moyenne proportionnelle entre la ligne entière *ab* et la fraction de cette ligne qui représente celle qu'on veut prendre dans le triangle total ; c'est-à-dire la moyenne proportionnelle entre *ab* et son tiers ou ses deux tiers, lorsqu'on veut diviser le triangle en trois parties égales.

48. Prendre dans un canton de bois (*Suppl.*, fig. 30) une coupe de 8 hectares par une ligne transversale *xy*.

On commencera par tracer, autour du bois sur lequel on doit opérer, des lignes *Ab*, *bc*, *cD*, faisant entre elle, autant que possible, pour la commodité des calculs, des angles droits, et s'étendant assez loin pour comprendre de ce bois un peu plus qu'il ne faut pour ces huit hectares. Après avoir coordonné à ces lignes tous les angles de la forêt, on calculera par les ordonnées et les abscisses en la manière accoutumée, les triangles ou trapèzes, jusques assez avant vers *A* et *D* pour faire un premier calcul préparatoire ; je suppose jusqu'à la borne *s*, qui correspondra au point *r*, de manière qu'une ligne imaginaire *rs* présente un rectangle *sbr* sur lequel on fera un premier essai de calculs. A cet effet, pour pouvoir faire entrer dans la colonne des quantités à retrancher le trapèze *qdr*, dont on ne connaît que l'ordonnée *qd*, que l'on suppose de 62 mètres, il faudra, de la ligne *sb*, que nous supposons = 528 mètres, retrancher *dc*, supposée de 510 mètres ; il resterait *rd* = 18 mètres, d'après quoi on calculera l'ordonnée *rt*, si toutefois l'on ne préfère pas la mesurer par cette proportion :

$$xd' : d'q :: xr' : r't$$

$$\text{ou } 60^m : 52 :: 42 : \times = \frac{52 \times 42}{60} = 29.4$$

Ainsi  $rt = 22.4 + 30 = 52.4$  mètres, d'où il résulte que le  
 petit trapèze  $v = \frac{52.4 + 62}{2} \times 18 = . . . 10 \text{ ar. } 29 \text{ c.}$

Supposons que la somme des autres quan-  
 tités soustractives  $uu'$ , etc., soit en tout de 2 h. 60 00

Total des — . . . . . 2 70 29

Il faut pour la coupe. . . . . 8 00 00

Il faudrait donc que le rectangle contint. 10 70 29

Mais celui  $sber$  ne contient que 528

$\times 295 = . . . . . 9 67 60$

Il manque à la coupe. . . . . 1<sup>re</sup> 02 69

Il faudrait donc ajouter au rectangle un trapèze  $tzxy$  de  
 1 hect. 2 ares, dont on calculera la hauteur  $sn$  par les moyens  
 donnés dans les problèmes précédents (nos 52, 53), auxquels  
 celui-ci est ramené.

49. Comme on n'a pas toujours besoin d'une exactitude  
 parfaite, on pourra, en place de faire les calculs rigoureux  
 qu'exigerait cette solution, se contenter de ceux dont la pra-  
 tique ordinaire fournit la ressource, de la manière suivante.

En examinant la figure et notamment la solution donnée  
 pour  $tr$ , on voit que la base  $tz$  du trapèze, à prendre pour  
 1 hect. 2 ares qui manquent, s'allongera de près de 0<sup>m</sup>,66 par  
 mètre de hauteur pour le côté de  $t$ , et d'environ 0,20 par  
 mètre du côté de  $y$ , ce qui fait en tout 0<sup>m</sup>,86 pour les deux  
 côtés. Or la ligne  $tz$  étant censée avoir 225 mètres de longueur,  
 il faudrait plus de 40 mètres de largeur pour faire 1 hect.  
 02 ares : en supposant 42 mètres, le côté  $xy$  s'allongerait de  
 $42 \times 0,86 = 36$  mètres, et deviendrait  $= 225 + 36 = 261$ ;

et dans ce cas le trapèze  $xyxt = \frac{261 + 225}{2} \times 42$

$= 1 \text{ hect. } 02 \text{ ares } 06 \text{ cent.}$ , qui satisfait à la question.

Cette combinaison de nombres se fait à vue et dans peu d'instants par des gens exercés.

Ainsi, ajoutant ces 42 mètres aux 328 déjà mesurés, jusqu'en *s*, on aura le point *n*, à partir duquel on tracera *nyx* parallèle à *cb*, qui détachera de la forêt la surface de 8 hect. demandée.

On aura soin de rattacher les points *y* et *x* aux derniers points levés à leur proximité, et de mesurer la ligne *xy*.

50. Si la ligne qui doit séparer les 8 hectares ne devait pas couper le bois, mais s'arrêter à la rencontre d'une autre ligne *ab* de coupe tracée dans le bois (*Suppl.*, *fig.* 31), on considérerait cette ligne *ab* comme un des côtés du bois, et l'on agirait comme dans l'exemple précédent, avec la modification suivante, occasionée par l'angle aigu *bca*.

La direction de la ligne *ab* n'ayant pas permis de faire en *c* un angle droit qui aurait trop éloigné les lignes *cg* et *ge* des lisières à mesurer, il sera nécessaire, lorsqu'on aura assez de terrain, par exemple en *f* à 242 de *g* pour tenter un premier calcul d'essai, de calculer *fh*, ainsi que de celle *ci*.

Pour avoir cette dernière on fera la proportion

$$hi = 242 : ci :: \text{Rayon} : \text{Tang. } 15^\circ.$$

$$\text{Logarithme } 242 = 58582$$

$$\dagger \text{ Log. Tang. } 15^\circ = 42805$$

---


$$\text{Log. de } ic = 81487 \text{ corresp. à } 64,84.$$

Supposons qu'après cette solution, les calculs obtenus jusqu'à la ligne *fh* qui se réduit à *gc - ic = 509,2*, font connaître qu'au lieu des 8 hectares demandés, on n'a encore que 6 hectares 84 ares, il restera, pour compléter, à prendre le trapèze *ghlk* pour le calcul duquel on emploiera les moyens qui viennent d'être exposés dans les cas précédents.

51. Partager le triangle *abc* en trois parties équivalentes par des lignes partant du point *d* donné pour la base *ac*. (*Supplém.*, *fig.* 32).

Si l'on divise la base  $ac$  en trois parties égales,  $af$ ,  $fg$  et  $gc$ , et que l'on mène les droites  $fb$ ,  $gb$ , il est évident que le triangle sera divisé en trois parties égales,  $afb$ ,  $fbg$ ,  $gbc$ .

Du point  $d$  menant  $db$ , et des points  $g$  et  $f$  menant à  $db$  les parallèles  $gh$  et  $fi$ ; menant les droites  $dh$  et  $di$ , ces dernières diviseront le triangle en trois parties égales.  $dhc$ ,  $hdi$ ,  $ida$ .

En effet, le triangle  $abf$  a, avec celui  $aid$ , une partie commune  $inf$ : le triangle  $bdi$  étant égal au triangle  $bdf$  comme ayant même base  $db$  et même hauteur comprise entre les parallèles  $bd$ ,  $if$ , si l'on ôte de ces deux triangles la partie commune  $ndb$ , les restes  $fdn$  et  $ibn$  sont aussi égaux entre eux; ainsi l'un ou l'autre de ces derniers restes, ajouté à  $ain$ , fera la valeur du triangle  $aid$  ou  $afb$ , qui est le tiers du triangle total.

On démontrera de même que  $dhc$  est égal à  $gbc$ , c'est-à-dire au tiers du triangle total (*Puissant*).

Si, au lieu de partager ce triangle en trois parties égales, on eût voulu en faire une division en un certain nombre de parties proportionnelles à des nombres donnés  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , etc., on procéderait encore d'une manière analogue à celle qui précède.

52. Partager en trois parties égales le terrain  $acsh$ , contenant 53 ares 77 centiares, avec cette condition que le côté  $sh$ , donnant sur une rue où l'on peut bâtir avantageusement, sera divisé en trois parties égales de chacune 20 mètres (*Supplém., fig. 53*).

Après avoir mesuré le terrain pour s'assurer exactement de sa contenance, il faudra calculer séparément chacune des trois portions.

1<sup>re</sup> DIVISION A.

$$\text{Un triangle } fec = \frac{68 \times 20}{2} = \dots \dots \dots 6 \text{ ares } 80 \text{ c.}$$

Il manque 11,79 centiares.

Report. . . . . 6 ares 80 c.

Le côté  $fc = \sqrt{dc^2 + fd^2} = 5200$ , dont la racine carrée est de 72 m. 11 c. Elevant au point  $c$  une perpendiculaire  $ck$  sur cette diagonale  $fc$ , en divisant les 11 a. 79 c. qui manquent à cette première division, par 72 m. 11 c. de longueur, on trouve qu'il faut donner au triangle  $fck$  une hauteur de 52.7, laquelle étant multipliée par moitié des 72 m. 11 c. de base, donne un produit de 11 ares 79 c.

Total de la première division A. . . . . 18 ares 59 c.

A cet effet, après avoir mesuré les 52 m. 7 de longueur de perpendiculaire  $ck$ , on retournera d'équerre en  $k$  jusqu'à la rencontre  $k'$  de l'oblique  $ac$ , où l'on plantera un piquet.

### 2<sup>e</sup> DIVISION B.

On établira sur le terrain et l'on mesurera la ligne  $fk'$ , à laquelle nous supposerons 81 m. 6 c.; on mesurera aussi la perpendiculaire  $mg$  qui se trouvera réduite à 19<sup>m</sup>.6 : la deuxième division aura donc un premier triangle  $gmk' = 81,6 \times 19,6$

$$\frac{81,6 \times 19,6}{2} = . . . . . 7 \ 99 \ 68$$

On calculera par un procédé analogue à celui qui vient d'être employé, la diagonale  $gk'$  que nous admettons être de 84<sup>m</sup>.4<sup>d</sup>; laquelle forme la base d'un second triangle  $gk'i$  qui, pour contenir 10 ar. 59 c. qui manquent pour compléter la deuxième division, devra avoir  $k'i' = 25<sup>m</sup>.1<sup>d</sup>$  de hauteur; ce qui fera . . . . . 10 59 22

Total de la deuxième division. . . . . 18 58 90  
ou 18 59

5<sup>e</sup> DIVISION C.

La troisième division se composera du trian-

$$\text{gle } a = \frac{95.8 \times 19.9}{2} = . . . . . 9 \ 35 \ 31$$

$$\text{et du triangle } b = \frac{105.8 \times 17.5}{2} = . . . . . 9 \ 25 \ 75$$

$$\text{Total de la troisième division. . . } \underline{\underline{18 \ 59 \ 06}}$$

Des calculs de cette nature doivent être faits lorsqu'on est obligé d'opérer sur le terrain sans que l'on puisse construire de plan.

## § IX. VÉRIFICATION DES CALCULS.

53. Usage du vérificateur en verre ou en fils de soie, pour préparer les calculs dans la division des terrains.

Le vérificateur est une simple plaque rectangulaire de glace, contenant 2 décimètres carrés, divisés par des lignes parallèles gravées en petits carreaux, et espacées entre elles de 2 en 2 millimètres, et ayant tout autour des 2 décimètres un champ d'environ 0,004 millimètres de largeur, tel qu'on le voit par la *figure 54 (Supplém.)*, qui contient une partie de cet instrument construit à l'échelle de 1 à 5,000. La ligne du contour et les autres lignes, marquant les divisions de 100 en 100 mètres, sont gravées d'un trait mieux marqué que les autres parallèles établies de 10 en 10 mètres tant en long qu'en travers, et pour plus de facilité dans son usage, on divise en quatre les carrés de centimètres : les carrés des centaines représentent les hectares ; les divisions en quatre contiennent chacune 25 ares, et chaque petit carré marque un are.

On se sert aussi d'un vérificateur, composé d'un châssis

rectangulaire de 0 m. 22 sur 0 m. 12, dans œuvre, en bois dur (par exemple de poirier ou de buis), et dont le cadre est en règle de 0 m. 02 de largeur sur 0 m. 07 d'épaisseur, couvert d'un treillis posant sur une des faces, composé de fils bien tendus, de soie rouge pour les hectares, bleu clair pour les quarts d'hectare, et noir pour les petits carrés d'un re.

Pour se servir du vérificateur, on pose la glace (ou le châssis en bois) sur la carte où se trouve la figure que l'on veut calculer, ou dans laquelle on veut établir une subdivision, ayant soin que les fils de soie ou les lignes gravées touchent immédiatement cette figure. Je suppose ici que le vérificateur soit placé pour voir jusqu'où il faudra marcher sur la ligne AB, qui est censée être une ligne magistrale dans une forêt, pour y établir d'équerre, sur la ligne AB, une autre ligne  $xy$ , qui laisse entre elle et le périmètre  $abcdey$  une surface de 3 hectares 74 ares.

On voit que l'on a disposé le vérificateur, de manière qu'une de ses lignes de 100 mètres coïncidât sur la ligne de division AB de la forêt, la ligne AT passant sur la borne A

Chaque petit carré étant d'un are, on compte à vue dans les divers carrés, savoir :

|                                      |   |  |    |
|--------------------------------------|---|--|----|
| 1 <sup>o</sup> Carré<br>A <i>mnr</i> | { | 50 ares entre la ligne <i>mn</i> et cel'e de la division, <i>tu</i> , ci. . . . .  | 50 |
|                                      |   | 27 carrés au bas de cette ligne jusqu'au périmètre. . . . .  | 27 |
| 2 <sup>o</sup> Carré<br><i>nodr</i>  | { | 1 <sup>o</sup> Les quarts d'hectare, comme au précédent, entre <i>on</i> et <i>vu</i> . . . . .  | 50 |
|                                      |   | 2 <sup>o</sup> Autres carrés entre <i>vu</i> et le périmètre (10 d'une ligne et + 16 dans le restant), la plupart composé d'un demi-are, ci. . . . . | 26 |

A reporter . . . 1 53

Report. . . . . 1.53

3<sup>o</sup> Carré } De ce carré qui contient 1 h. 00 qu'il  
oppt. } faut augmenter de carrés pour les parties saillantes du bois hors du carré,  
ci. . . . . 1 h. 02  
Il faut déduire les parties  
rentrantes vers *g* et *d*,  
ci. . . . . 8.50

Il reste. . . . . 93.50 ci 93.50

4<sup>o</sup> Carré } Tout composé . . . . . 14  
ppTa'

Total dans la première colonne *a*, *a'*. . . . . 2.60 50

5<sup>o</sup> Ajoutant dans la colonne *bb* une tranche de 50<sup>m</sup> de large, on aura d'abord sur les 550 de longueur moyenne que l'on peut facilement apprécier à vue. . . . . 1<sup>h</sup>. 05

Et un léger excédant, au sud-ouest de cette branche, de . . . . . 0 01

Enfin, et encore au-delà de la bande de 50<sup>m</sup>, une bandelette de 2<sup>m</sup> de largeur sur 568 de longueur moyenne mesurée facilement par estime, à vue. . . . . = 0 07.36

Total. . . . . 1<sup>h</sup>. 15.36 ci 1<sup>h</sup>. 15.36

Total. . . . . 5<sup>h</sup>. 73.86

Après avoir obtenu cette contenance, qui ne peut manquer d'être très-approximative, il faudra la vérifier, soit en la calculant d'après les dimensions effectives cotées sur le plan, soit au compas, si ces dernières ne sont pas cotées, et

ce sera seulement lorsqu'on se sera assuré de cette contenance de 3 hectares 74 ares, à la distance de 100 m. + 30 + 2 m. ou 132 mètres, que, mesurant ces 132 mètres à partir de la borne A, d'où part le calcul, on élèvera en  $x$ , sur le plan comme sur le terrain, une perpendiculaire  $xy$  que l'on mesurera, et dont on rattachera l'extrémité  $y$  à quelque point levé  $f$  du périmètre pour compléter l'opération.

Pour continuer à se servir du vérificateur, afin de préparer les divisions à faire toujours parallèlement à la ligne  $xy$ , au nord de cette ligne on changera l'instrument de place pour reporter la ligne  $T_0$  sur cette première perpendiculaire  $xy$  du plan, laissant toujours celle 44' de l'instrument sur celle  $AB$  du plan; alors on comptera au nord de cette ligne  $xy$  jusqu'à concurrence de 3 hectares 74 ares, comme on l'a fait pour une première subdivision, et ainsi de suite.

L'explication que nous venons de donner peut suffire à tous les cas où l'en doit employer le vérificateur, que l'on serait disposé à accuser de retarder le travail plutôt que de l'accélérer tant qu'on n'est pas au courant de son usage. Après quelques essais, on reconnaîtra qu'avec cet instrument graphique on vérifie lestement les surfaces, et qu'il n'est rien de plus commode pour préparer les calculs des divisions à effectuer.

Le vérificateur ne comportant qu'une surface de 23 hectares, il faudra, lorsqu'on aura à vérifier ou à diviser des polygones d'une plus grande étendue, tracer sur le plan des méridiennes et perpendiculaires, à distance de 500 en 500 mètres, et soumettre à l'emploi de l'instrument chacun des carrés qui seront en partie occupés par des portions de surfaces à calculer, et tenir en ordre les diverses additions partielles dont la récapitulation donnera la surface totale.

## § X. DES TRANSFORMATIONS.

54. L'application du vérificateur sur les figures n'est pas la seule méthode graphique de vérifier les calculs : une autre méthode est de transformer une figure quelconque en un triangle équivalent, elle demande beaucoup d'attention ; mais en offrant des résultats satisfaisants, elle comporte beaucoup de célérité.

Le quadrilatère  $abcd$  (*Supplém.*, *fig. 35*), qui se décompose en deux triangles de 199 mètres de base commune, sur 117 mètres  $\frac{1}{2}$  78 mètres de hauteur, contient 1 hectare 94 ares ; c'est ce qu'il s'agit de vérifier.

Prolongeant le côté  $da$  vers  $t$ , menant la diagonale  $ca$ , et par le point  $b$  une parallèle  $bx$  à cette dernière, puis, menant  $cx$ , on aura un triangle  $dcx$  équivalent au quadrilatère proposé (1) ; et qui, ayant 303<sup>m</sup> de base  $dx$  et 128 de haut, contient effectivement 1 hectare 93,92 ares ou 1 hectare 94 centiares, et est propre à représenter ce quadrilatère.

Pour effectuer la vérification du calcul du quadrilatère  $abcd$ , il ne fallait autre chose que de connaître le point  $x$ , afin de pouvoir mesurer sur le plan la base  $dx$  du triangle de transformation  $dcx$ , et la hauteur  $c$  ; ainsi, après avoir placé l'équerre de bois sur la diagonale  $ac$ , et la faisant glisser parallèlement à elle-même, il aurait suffi, lorsqu'elle aurait atteint le point  $b$ , de marquer sur le prolongement  $at$  du côté  $ad$ , le point  $x$  d'intersection de cette dernière, avec la parallèle  $bx$  à cette diagonale, en négligeant de tracer les lignes ponctuées  $ca$ ,  $cx$  et  $bx$ .

(1) Ils ont tous deux une partie commune à  $dca$  ; les deux triangles  $cbx$  et  $abx$  étant égaux comme ayant même base  $bx$  et même hauteur comprise entre les parallèles  $ac$ ,  $bx$ , si l'on ôte de chacun la partie qui leur est commune  $box$ , les restes  $acb$  (du quadrilatère) et  $aox$  (du triangle) sont aussi égaux ; donc, etc.

Autre exemple de transformation (*Suppl. fig. 36*). Pour transformer l'hexagone  $abcdef$ , l'on a prolongé la base  $af$  à droite et à gauche vers  $y$  et  $z$ . Mettant l'équerre sur l'alignement  $ac$ , la faisant glisser jusque sur  $b$  parallèlement, on marquera l'intersection  $x$  de la parallèle  $bx$ , ce qui enlèvera déjà de l'hexagone l'angle  $b$  : passant de l'autre côté, et ajustant l'équerre sur  $df$ , on la fera glisser jusqu'en  $e$ , et l'on marquera sur la base le point d'intersection  $t$  qui éliminera  $e$  : plaçant l'équerre sur les points  $t$  et  $e$ , la faisant glisser parallèlement à elle-même jusque sur  $d$ , on marquera sur la base l'intersection  $u$ , qui éliminera celui  $d$ . Les points  $u$  et  $x$  seront les extrémités de la base de transformation = 276 mètres; et la hauteur  $fc$ , prise au compas comme la précédente, est de 258 mètres. Ainsi, la surface du triangle  $ucx$ , en lequel on a transformé l'hexagone  $abcdef$ , =  $\frac{276 \times 258}{2}$   
 = 5 hect. 25 ares 68 cent., ou 5 hect. 26 ares obtenus par le calcul direct.

55. Transformer le décagone  $abcdefghiklm$ , contenant 3 hectares 85 ares 65 centiares, en un triangle équivalent. (*Supplém. fig. 37.*)

Prolongeons le plus grand côté  $ma$  pour en faire la base de transformation.

Partant du point  $a$ , ajustant l'équerre sur  $ac$ , faisant glisser jusque sur  $b$ , on marquera l'intersection qui élimine un premier angle  $b$ .

Mettant l'équerre de  $a$  en  $d$ , faisant glisser jusque sur  $c$ , marquant l'intersection  $p$ , on élimine un deuxième angle  $c$ .

Mettant l'équerre sur  $p$  et  $e$ , faisant glisser sur  $d$ , on élimine ce troisième angle  $d$  en marquant l'intersection  $o$ .

Mettant l'équerre de  $o$  en  $f$ , faisant glisser jusqu'en  $e$ , on marque l'intersection  $x$ , qui fait disparaître un quatrième angle  $e$ .

Passant de l'autre côté, ajustant l'équerre de  $m$  en  $k$ , faisant glisser jusque sur  $l$ , on marque l'intersection  $s$ , qui élimine ce point  $l$ .

Plaçant l'équerre de  $s$  en  $i$ , faisant glisser jusque sur  $k$ , on marque l'intersection  $q$ , au moyen duquel point disparaît l'angle  $k$ .

Plaçant l'équerre de  $q$  en  $h$ , et glissant jusque sur  $i$ , on fait disparaître ce dernier point, en marquant un nouveau point  $r$ .

Plaçant l'équerre sur  $rg$ , faisant glisser jusque sur  $h$ , on marque une nouvelle intersection  $t$  qui élimine le point  $g$ .

Portant enfin l'équerre de  $t$  en  $f$ , et faisant glisser jusque sur  $g$ , on obtiendra un dernier point  $y$  qui complète la transformation en un triangle  $yfx$ , dont la base  $yx = 357$  prise au compas, et la hauteur  $vf = 228.5$ , ce qui fait une surface de 3 hectares 85 ares 02 centiares, qui est assez approximativement la même que celle obtenue par les calculs directs, dont l'exactitude se trouve par là confirmée.

56. Lorsque la figure à vérifier par transformation paraît trop étendue ou trop compliquée, on la divise en plusieurs morceaux, dont on transforme, en particulier, chacun en un triangle équivalent. Ainsi le polygone (*Supplém. fig. 37*) est divisé par la ligne  $ma$  en deux polygones, dont un au-dessus est transformé en un triangle équivalent  $a, b, c'$ .

## § XI. COPIE ET RÉDUCTION DES PLANS.

On a indiqué aux nos 45 et 46 du Manuel la manière de copier les plans et de les réduire à de plus petites dimensions, nous allons reprendre cette matière pour la traiter avec plus de développement.

## MANIÈRE DE COPIER LES PLANS.

1<sup>o</sup> Par les intersections.

57. Qu'il soit question de copier le polygone ABCDEFG, etc. (Supplément, fig. 58). Après avoir tracé un encadrement  $vxyz$  (Suppl., fig. 59) égal à celui VXYZ, on portera une pointe de compas sur V et l'autre pointe sur A; on reportera une pointe du compas sur  $v$  de la copie, et avec l'autre pointe on décrira un arc de cercle indéterminé  $nm$ , à peu près vers l'emplacement que devra occuper le point  $a$ , ce que l'on jugera facilement à vue : on prend ensuite avec le même compas la distance ZA, on porte un des points sur  $z$ , on décrit l'arc  $op$  qui coupera le premier arc en  $a$ , qui sera le point cherché. On fera de même pour déterminer chacun des points  $b, c, d, e, f$ , etc., correspondants à ceux B, C, D, E, F, etc., en se servant pour cela des angles VXYZ,  $vxyz$ , et même des points déjà trouvés, ayant l'attention de choisir, pour un point quelconque, deux autres points tellement disposés, que l'intersection des arcs se fasse le moins obliquement possible.

En se servant de deux compas à la fois, dont on place par exemple la pointe de l'un au point  $v$ , avec une ouverture = VA, et une pointe de l'autre en  $z$ , avec une ouverture ZA, on déterminera, en rapprochant les deux pointes jusqu'à ce qu'elles se rencontrent, le point  $a$ , sans être obligé de décrire les arcs  $nm$  et  $op$ , dont la trace détériore le papier.

Après avoir ainsi placé tous les sommets d'angles du polygone, on trace les côtés de l'un à l'autre. Il faut avoir soin de ne pas ouvrir ni fermer le compas en portant une dimension du modèle sur la copie.

2<sup>o</sup> *Par les carrés.*

58. (*Supplém., fig. 40.*) On divise le bord AB et son parallèle en parties égales, que je suppose être au nombre de quatre : on porte la même division sur AD et BC, puis on tire légèrement au crayon les lignes transversales formant les carreaux tracés sur la figure en lignes ponctuées : on en fait autant sur les bords de l'encadrement *a, b, c, d* (*Supplém., fig. 41*) de la copie. Dans chacun des carrés on prend au compas pour la première méthode les points principaux, tels que les maisons, et le restant peut se dessiner à vue, en observant avec soin, et même mesurant, si telle ligne du plan-modèle sort d'un carré, en coupant la ligne de droite, de gauche, du haut ou du bas, au tiers ou au quart, etc., de cette ligne. Pour ne pas s'exposer à placer dans un carré de la copie ce qui appartient à un autre carré du modèle, il faudra numéroter ces carrés au crayon, qui s'enlèvera après l'opération.

Cette méthode, pour peu que l'on ait l'œil exercé, devient fort expéditive, mais elle n'est pas assez exacte pour qu'on lui donne la préférence sur les autres ; et on ne doit considérer ses résultats que comme choses approximatives.

3<sup>o</sup> *Méthode en piquant les plans.*

59. On fixe le plan dont on veut faire la copie sur une feuille de papier blanc d'une étendue suffisante, et posant elle-même sur une feuille de carton, en assujétissant les deux feuilles par des aiguilles ou des épingles à têtes plates, etc., de manière qu'elles ne puissent pas varier de position : puis avec une aiguille fine dont la tête est garnie d'un morceau de cire à cacheter, on pique tous les sommets d'angles des divers polygones, maisons, clos et routes qui se trouvent sur le plan, ainsi que les sinuosités des chemins, des rivières et

des ruisseaux. Lorsqu'on est sûr de n'avoir oublié aucune partie, on lève le modèle, et l'on trace légèrement et librement au crayon les différents objets, en allant successivement de l'un à l'autre. Cette opération de mettre *les plans au crayon*, qui se nomme *reconnaître les points*, ne se fait que par ceux qui, faute d'usage, ne sont pas sûrs de pouvoir tracer à l'encre sans cette précaution, dont généralement on se dispense. Après avoir mis la copie au trait, on enlève les traces du crayon.

*4<sup>e</sup> Méthode : calquer à la vitre.*

60. Pour calquer à la vitre, il faut avoir un châssis garni d'une glace de verre en table, et qui peut se soutenir à peu près comme un pupitre; on pose sur la glace le plan que l'on veut copier, et sur lequel est la feuille de papier blanc bien assujettie au modèle par les angles. Puis, posant le châssis devant une vitre sur l'appui de cette dernière, de laquelle on masque, par une étoffe ou du carton, toute la partie que n'occupent pas la largeur et la hauteur du châssis, le jour passe à travers la glace et permet au dessinateur de tracer au crayon sur le papier blanc les objets que renferme le modèle. Cette méthode est la plus commode et la plus expéditive de celles énoncées jusqu'à présent.

*Manière de réduire les plans de grand en petit  
et de petit en grand.*

61. Il est un autre moyen qui mérite la préférence sur tous ceux que l'on pourrait employer, c'est de se servir d'un pantographe bien divisé et bien mobile. Cet instrument réunit, à la facilité de tracer promptement, et bien, les copies, l'avantage de pouvoir les changer d'échelles, afin de les faire plus grandes ou plus petites que les modèles. Pour s'en

servir, on le monte d'après les divisions indiquées sur ses branches; mais, comme il est assez rare et cher, on pourra se servir d'une des méthodes suivantes.

6<sup>o</sup> Angle de réduction.

62. Tracez une ligne quelconque  $xy$  (*Suppl.*, fig. 42); du point  $x$  comme centre et avec un rayon égal à 500 mètres de l'échelle du plan-modèle, décrivez un arc de cercle indéterminé  $zo$ ; du point  $o$  comme centre, et avec un rayon égal à 500 mètres de l'échelle que vous adoptez pour votre plan réduit, décrivez un autre arc de cercle qui coupe le premier en  $o$ ; tracez la ligne  $ox$ , et vous aurez un angle de réduction  $zxo$  dont nous allons décrire l'usage.

Soit à réduire le plan ABCDEFG (*Suppl.*, fig. 45) en un autre A'B'C'D'E'F'G' plus grand, ou  $abcdefg$  plus petit, et dont les échelles sont représentées, savoir: pour le modèle, par la ligne  $xz$  des angles de réduction, et pour les copies, par les lignes  $zo$  de ces mêmes angles.

Prenez vers le centre de votre plan-modèle un point quelconque S; tracez sur la feuille de papier destinée à votre copie une ligne G'S',  $gx$  en crayon, disposée à peu près comme celle GS du modèle; portez une ouverture de compas égale à GS sur les deux côtés de l'angle de réduction de  $x$  en  $m$  et  $m'$ , portez sur votre copie la distance de  $mm'$  de  $g$  en  $s$  (ou de G' en S'), et vous aurez déjà les deux points  $g$  et  $s$  (G' et S').

Portez ensuite sur l'angle de réduction la ligne GA de  $x$  en  $l$  et de  $x$  en  $l'$ , prenez cette distance  $ll'$  avec laquelle vous décrirez un arc de cercle  $ga$  G'A' indéterminé: portez encore sur l'angle de réduction la distance SA de  $x$  en  $n$  et  $n'$ , et avec un rayon égal à la distance  $nn'$ , décrivez du point  $s$  ou S' un second arc de cercle qui coupe le précédent en  $a$  ou A', et vous aurez sur votre copie les points  $a$  et A'

semblablement placés par rapport aux points  $g$  et  $s$ , à son analogue  $A$  du plan-modèle. Opérez de la même manière pour obtenir chacun des autres points  $b, c, d, e$  et  $f$ . ( $B', C', D', E'$  et  $F'$ ).

65. Pour trouver la longueur de l'échelle à suivre, lorsqu'on connaît le rapport de la surface du modèle à celle de la copie, on se servira des méthodes suivantes :

1<sup>o</sup> S'il faut faire un plan ayant une surface double de celle du plan original, on construira un carré  $abcd$ , ayant pour mesure de l'un de ces côtés  $ab$  un nombre rond de centaines de mètres du plan original, et la diagonale  $ac$  ou  $bc$  de ce carré représentera l'échelle du même nombre de centaines de mètres.

Si l'on voulait au contraire que la surface de la copie ne fût que moitié de celle de l'original, après avoir construit le carré  $abcd$ , ayant pour côté 200 mètres du plan, on prendra pour l'échelle de 200 mètres de la copie, moitié  $ao$  de la diagonale.

Pour avoir un plan dont la surface ne serait que le tiers de celle du modèle, tracez une ligne  $ab$  d'un certain nombre de centaines du plan, par exemple de 300 mètres; du milieu  $o$  de cette ligne, décrivez une demi-circonférence par les deux extrémités  $a$  et  $b$ ; divisez cette ligne  $ab$  en trois parties égales, par un  $c$  des points de division élevez sa perpendiculaire  $cd$ ; menez  $ad$  qui sera l'échelle de 300 mètres de la copie.

S'il faut faire une copie triple de l'original, il faudrait faire un carré  $abcd$  (fig. 45), en prenant pour côté une ligne de 300 mètres de l'échelle de ce plan, prolongez le côté  $da$  d'une quantité  $de$  égale à la diagonale  $ca$ , et l'oblique  $ce$  serait pour une échelle de 300 mètres de la copie.

Pour réduire un plan au quart de sa surface, il faut faire une échelle dont toutes les divisions n'aient que moitié de celles de l'original;

Et, pour quadrupler la copie, il suffira de prendre le double de l'échelle, ainsi que de toutes les dimensions du plan.

Une fois les échelles connues, on emploiera la méthode de l'angle de réduction donnée au n° 57, ou bien l'on agira par intersection des lignes résultant de la comparaison des dimensions du plan primitif avec son échelle.

## § XII. INSTRUMENTS DE RECONNAISSANCE

*A l'usage des ingénieurs, des officiers d'état-major, des géologues, des voyageurs et des arpenteurs, exécutés d'après les idées et les dessins de M. L. Blanc, commandant du génie. (1)*

64. L'arpenteur, séparé des instruments que nous venons de décrire, se trouve cependant quelquefois obligé de faire des opérations provisoires, des aperçus analogues aux reconnaissances militaires. Le pas lui reste alors pour mesurer les longueurs : il trouvera dans un petit traité publié par M. Roret, des levées à vue, et du dessin d'après nature, des indications pour mesurer les angles et les hauteurs à vue, mais il manquera de moyen pour repérer ces angles à une direction commune, et il sera tout-à-fait arrêté par les questions du nivellement.

L'arpenteur a donc un grand intérêt à connaître ces instruments portatifs employés par les militaires dans leurs reconnaissances. Ces instruments sont : le niveau à réflexion, la boussole de poche, la lunette de poche avec son micromètre. On donne d'ailleurs une description détaillée à ceux qui les achètent.

(1) Par M. Gravel, successeur de Lenoir, rue Cassette, 14.