AVIS.

Le mérite des ouvrages de l'*Encyclopédie-Roret* leur a valu les honneurs de la traduction, de l'imitation et de la contrefaçon. Pour distinguer ce volume, il porte la signature de l'Editeur.

MODÈLES DE TOPOGRAPHIE, par M. CHARTIER.

Le personnes qui voudront avoir cette planche coloriée, la paieront séparément 1 fr.

MANUELS-RORET.

NOUVEAU MANUEL COMPLET

D'ARPENTAGE

Par M. **LACROIX**, Membre de l'Institut;

CONTENANT

LES INSTRUCTIONS SUR CET ART

ET CELUI DE LEVER LES PLANS,

SUIVI D'EXEMPLES PRATIQUES POUR LES DIFFÉRENTES OPÉRATIONS, LA TRIGONOMÉTRIE,

Par MM. **HOGARD**, Père et Fils,

Arpenteurs-Géomètres, Membres de plusieurs Sociétés savantes;

TERMINÉ

PAR UN TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE DU BORNAGE

Par M. **VASSEROT**,

Avocat à la Cour d'Appel de Paris.

OUVRAGE ORNÉ

De beaucoup de Figures et de Modèles de Topographie, Dessinés

Par M. **CHARTIER**,

Dessinateur au dépôt général de la Guerre.

Nouvelle Édition, approuvée par l'Université.

PARIS

A LA LIBRAIRIE ENCYCLOPÉDIQUE DE RORET,

RUE HAUTEFEUILLE, 12.

AVIS DE L'ÉDITEUR.

Voici la seconde édition du *Manuel d'Arpentage* que nous publions depuis le décès de M. Lacroix; le succès de notre petit volume, le nom illustre de son auteur, nous dispensent de tous éloges. M. Lacroix était le disciple, mieux encore, l'ami de Monge et de Laplace, il avait su conserver intactes les traditions de d'Alembert et de Condorcet; que de titres à notre vénération et à nos souvenirs!

Nous avons divisé notre volume *en trois Livres*.

Le premier contient le *Manuel d'Arpentage complet*, tel qu'il a été écrit par M. Lacroix, et déjà publié cinq fois par lui, c'est-à-dire les instructions élémentaires sur cet art et celui de lever les plans; traité à la portée de tous, que le laboureur peut consulter pendant ses heures de loisir; qu'il peut appliquer lui-même, s'il veut connaître la contenance des champs qu'il cultive.

Le second Livre est un supplément au premier, ou recueil d'exemples pratiques pour les différentes opérations d'arpentage et de levé des plans. Nous devons ce complément, destiné surtout aux personnes qui ont les premières connaissances de l'arithmétique et de la géométrie, à M. Hogard, membre de la Société d'émulation des Vosges, et à M. Hogard, son fils, qui participe aux travaux de plusieurs sociétés savantes, tous deux hommes de science et de pratique, dont le travail avait eu l'approbation de M. Lacroix et des éloges mérités.

Il restait à compléter l'œuvre mathématique par la connaissance et l'interprétation de cette portion usuelle de nos lois qui se rapporte à l'arpentage, connaissance sans laquelle on ne peut ni opérer d'une manière légale, ni donner un résultat à son travail. M. Vasserot, avocat à la Cour d'appel, a bien voulu s'en charger.

Enfin, M. Chartier a mis son crayon à notre disposition, faisant trêve à ses travaux du dépôt général de la guerre pour dresser les figures et modèles de topographie qui complètent l'ouvrage.

Nous espérons avoir dignement rempli les intentions de notre savant auteur, en mettant la science à la portée de tous; c'est aussi un hommage que nous rendons à sa mémoire.

L'ÉDITEUR.

LIVRE PREMIER.

NOUVEAU MANUEL

COMPLET

D'ARPENTAGE

OU

INSTRUCTION ÉLÉMENTAIRE

Sur cet Art et celui de lever les Plans (1);

Par M. LACROIX, Membre de l'Institut.

Du mot *arpent*, appliqué à diverses mesures agraires en usage en France, on a formé ARPENTAGE, pour désigner l'art de mesurer l'étendue des terres, ce qui se fait soit immédiatement sur le terrain, soit sur le plan qu'on en a *levé*, et qui le représente en petit. De là vient que l'on comprend quelquefois dans la définition de l'arpentage l'*art de lever les plans*, mais à tort; car l'un n'emploie tout au plus que les procédés les plus élémentaires de l'autre, qui s'étend à la construction des cartes des régions les plus considérables, et jusqu'à la mesure de la circonférence de la terre. Tous deux em-

(1) Cet ouvrage est extrait du *Nouveau Cours complet d'Agriculture*, en 16 vol. in-8, fig. prix 56 fr., lequel se trouve à la *Librairie Encyclopédique de Roret*, rue Hautefeuille, 12.

pruntent le secours de la *géométrie*, science qui paraît devoir sa naissance au besoin qu'on eut, presque dès l'origine des sociétés, de fixer et de reconnaître les limites des champs. Ce n'est aussi qu'à ce besoin que doivent satisfaire les notions d'arpentage qu'il est convenable d'insérer dans un livre de la nature de celui-ci; car on ne saurait aller au-delà sans entrer dans un détail de méthodes et d'instruments qui suppose une connaissance assez étendue de diverses branches de mathématiques, pour laquelle il est indispensable de recourir aux traités spéciaux, très-multipliés et très-répandus.

Mais les premières notions, qui s'appuient sur un petit nombre de vérités géométriques presque évidentes par elles-mêmes, peuvent être néanmoins très-utiles à l'habitant des campagnes, parce qu'elles le mettent en état de connaître, ou de vérifier par lui-même la *contenance* des pièces de terre qu'il emploie, de celles qu'il voudrait échanger pour réunir des propriétés trop morcelées, et de substituer, dans les transactions qui l'intéressent le plus, sa propre conviction à la confiance plus ou moins aveugle qu'il est obligé d'avoir dans les arpenteurs de profession. Ces mêmes notions devraient entrer dans l'instruction de quiconque sait écrire et calculer; car, en donnant aux nombres un objet sensible, et en obligeant à tirer des lignes, à tracer des plans, elles offrent à la fois le meilleur moyen d'exercer l'intelligence et de préparer la main au genre de dessin nécessaire pour représenter les machines et les travaux des arts de construction, dessin dont il importe beaucoup de répandre les éléments. (*Voyez*, dans mes *Essais sur l'Enseignement en général, et sur celui des mathématiques en particulier*, ce qui regarde le dessin.)

PREMIÈRE PARTIE.

DE L'ARPENTAGE SUR LE TERRAIN.

1. C'est uniquement de la superficie ou de l'*aire* du terrain que s'occupe l'arpentage, c'est-à-dire d'une étendue qui n'a que deux dimensions, *longueur* et *largeur*, et il la suppose d'abord plane, ou du moins n'ayant que des inégalités trop petites pour qu'il soit nécessaire d'en tenir compte.

Ce Manuel étant destiné aux personnes qui n'ont aucune connaissance de la géométrie, nous les prévenons qu'il est à propos qu'elles prennent la peine d'exécuter toutes les opérations, qu'elles tracent toutes les figures que nous indiquons : c'est le seul moyen de comprendre les procédés que nous enseignons, et les raisonnements qui en font sentir la justesse.

2. Les figures auxquelles on rapporte l'aire d'un terrain pour la mesurer, et qu'il est nécessaire de savoir construire, ont leur contour formé de *lignes droites*.

3. Tout le monde entend par une ligne droite le plus court chemin pour aller d'un point à un autre, quand il n'y a aucun obstacle interposé. Deux points déterminent une ligne droite, c'est-à-dire que, dès qu'on voit deux points, on conçoit sur-le-champ la ligne qui va de l'un à l'autre, et on ne peut la prolonger que d'une seule manière, sur chaque côté de ces points.

AB, *fig.* 1re, est une ligne droite déterminée par les points A et B; et les prolongements ponctués AC et BD ne forment encore avec AB qu'une même ligne droite.

4. Pour tracer une ligne droite sur le terrain, il suffit de

planter un piquet à chacune de ses extrémités, et de tendre de l'une à l'autre un cordeau.

Si cette ligne doit être d'une grande étendue, il faut marquer plusieurs points entre ses extrémités ; ce qui se fait en plaçant des piquets, de manière que, lorsqu'on se met à quelque distance derrière le premier, il cache parfaitement tous les autres : cela prouve qu'ils sont dans la direction du rayon visuel qui va d'une extrémité à l'autre de la ligne, et qui est toujours droite. (Voyez la *figure* 2.)

C'est là ce qu'on appelle *aligner* ou prendre un *alignement.*

C'est aussi en visant le long du bord d'une régle, comme si on voulait l'aligner sur un point, que l'on reconnait si elle ne bombe pas, ou si elle ne creuse pas entre ses extrémités, et par conséquent si elle est bien dressée ou non.

Avec une règle bien dressée, on s'assure si une surface est plane ou non ; car, dans le premier cas, le bord de la règle s'applique dans tous ses points sur cette surface, dans quelque sens qu'on le place, ce qui n'a pas lieu dans le cas contraire.

5. Pour tracer une ligne droite sur le papier, on se sert d'une régle bien dressée, qu'on applique contre les deux points par lesquels doit passer la ligne, et l'on fait glisser le long de cette régle un crayon ou une plume.

Si l'on veut que la ligne soit tracée bien exactement, il faut que le crayon soit taillé à plat, afin qu'il puisse s'appliquer immédiatement contre la règle. Cela n'est plus possible lorsqu'on se sert d'une plume. Il convient alors d'y mettre peu d'encre, afin qu'il n'en coule point de la règle sur le papier ; de plus, il ne faut pas placer la règle sur les points donnés, mais au-dessous, de manière que, quand la plume est appuyée contre la règlé, son bec puisse passer par ces points; et on doit avoir soin de le maintenir à la même distance de la règle dans toute la longueur de la ligne que l'on trace.

6. Deux lignes ne peuvent se couper qu'en un seul point, que l'on considère comme n'ayant aucune étendue.

AB et CD, *fig.* 3, ont pour intersection le point E. Ce point est, à proprement parler, une petite surface ; mais son étendue est d'autant moindre que le trait des lignes AB et CD est plus fin, et l'on voit que, quand il s'agit des alignements aperçus par l'œil, leurs intersections n'ont aucune étendue. C'est dans ce sens qu'on dit que *le point n'a aucune dimension.*

7. La ligne droite n'est pas la seule nécessaire aux opérations que j'ai à décrire ; on y emploie encore la ligne courbe appelée *circonférence du cercle*, qui sert à marquer sur un plan tous les points qui sont à une distance donnée d'un point donné sur ce plan. Sur le terrain, elle se décrit avec un cordeau dont on fixe une des extrémités au point donné, autour duquel on fait tourner l'autre extrémité, en tenant le cordeau tendu ; cette dernière extrémité passe ainsi par une suite de points qui sont tous éloignés du premier d'une quantité égale à la longueur du cordeau.

Pour tracer une circonférence de cercle sur le papier, on emploie l'instrument appelé *compas*, qui est à peu près connu de tout le monde, ainsi que la manière dont on s'en sert. Dans ceux dont on fait usage pour tracer des cercles, une des pointes peut s'ôter pour la remplacer soit par un *porte-crayon*, soit par un *tire-ligne ;* on peut, à la rigueur, s'en passer dans beaucoup de cas où le cercle ne doit pas rester sur la figure : on le trace alors en appuyant un peu la pointe sur le papier ; cela s'appelle *tracer à la pointe sèche.* Quant on veut tracer *à l'encre,* on y parvient encore assez bien, avec un peu d'adresse, en piquant la pointe du compas dans un bout de plume taillée fin et un peu dure.

8. La considération de la circonférence du cercle a fait naître les définitions et les dénominations suivantes :

La circonférence du cercle, ou la ligne circulaire, est une ligne courbe dont tous les points, situés sur le même plan, sont *également éloignés d'un autre point pris dans ce plan, et que l'on nomme centre.*

Le cercle est l'espace renfermé par cette courbe.

La ligne BCD, *fig.* 4, est une *circonférence de cercle.*

Le point A en est le *centre.*

Les lignes AB, AC, AD, qui vont du centre à la circonférence, se nomment *rayons*, et sont toutes égales.

La ligne BF, qui passe par le centre et qui se termine des deux côtés à la circonférence, est un *diamètre.* Tous les diamètres sont égaux.

Ils partagent le cercle, ainsi que sa circonférence, en deux parties égales.

Toute portion de la circonférence d'un cercle se nomme *arc ;* BC, CD, etc., sont des arcs de cercle.

9. La situation respective de deux lignes, AB et BC, *fig.* 5, qui se rencontrent en un point B, dépend de l'espace qu'elles comprennent entre elles, et qu'on nomme *angle.* Il faut bien remarquer que l'on n'envisage cet espace que par rapport à son ouverture, et qu'ainsi l'angle formé par les lignes AC et BC est plus grand que l'angle formé par les lignes DE et EF, quoique celles-ci soient plus longues, parce que, si on découpait le papier suivant les lignes DE et EF, puis qu'on plaçât le morceau sur l'angle ABC, en mettant DE sur AB, et le point E sur le point B, la ligne EF tomberait en dedans de l'angle ABC, en BG.

Les lignes qui forment un angle en sont les *côtés ;* le point où elles se rencontrent est le *sommet.*

On voit, par ce qui précède, que la grandeur d'un angle ne dépend pas de la longueur de ses côtés.

Dans le discours, on désigne les angles par trois lettres, en plaçant au milieu celle qui occupe le sommet. Les angles de la *figure* 5 se nommeraient ainsi ABC et DEF, parce que le sommet de l'un est en B, et celui de l'autre en E. Quelquefois aussi, quand il n'y a pas de confusion à craindre, on n'emploie que la lettre du sommet : on dirait bien ici l'angle E, puisqu'il n'y a qu'un seul angle à ce point.

On ne pourrait pas énoncer de même les quatre angles qui ont leur sommet en E dans la *figure* 5 ; il faut nécessairement écrire pour chacun les lettres qui le distinguent des autres.

10. Parmi les diverses situations que peuvent prendre, à l'égard l'une de l'autre, deux lignes qui se rencontrent, il y en a une si remarquable, que tout le monde la connaît et la juge : je veux parler des *lignes perpendiculaires entre elles.*

La *figure* 6 représente cette situation.

La ligne DC, qui tombe sur la ligne AB, sans pencher ni vers le point A, ni vers le point B, est *perpendiculaire* sur cette ligne; telle est la direction que le *fil à plomb*, dont se servent un grand nombre d'ouvriers, prend lorsqu'il tombe sur une ligne située dans un plan horizontal ou de niveau.

11. Les deux angles ACD et BCD, que la perpendiculaire DC fait avec la ligne AB, sont égaux ; on les nomme *angles droits.*

Toute ligne qui n'est pas perpendiculaire sur une autre, est *oblique* à l'égard de cette autre ; tel est CE, *fig.* 7 ; celle-ci fait avec AB deux angles ACE et BCE, qui sont inégaux.

L'angle ACE, plus petit que l'angle droit ACD, est *aigu.*

L'angle BCE, plus grand que l'angle droit, est *obtus.*

12. La perpendiculaire DC, *fig.* 8, est évidemment le plus court chemin pour aller du point D à la droite AB.

13. Si de chaque côté du point C, où la perpendiculaire DC rencontre AB, on prend des distances CE et CF égales, chaque point de la perpendiculaire sera autant éloigné du point E que du point F, c'est-à-dire que les *obliques qui*, comme GE et GF, *s'écartent également du pied* C *de la perpendiculaire, sont égales.*

C'est d'après ce principe que l'on parvient à mener une ligne perpendiculairement à une autre, opération qui revient souvent dans l'arpentage. Voici les procédés pour l'exécuter, d'abord sur le papier, et ensuite sur le terrain, suivant les diverses circonstances qui peuvent se présenter.

14. Supposons d'abord que la perpendiculaire doive partir d'un point C, *fig.* 9, pris sur la ligne AB ; on portera sur cette ligne, de chaque côté du point C, deux distances égales CE et CF ; du point E comme centre, avec une ouverture de compas prise à volonté, mais cependant plus grande que EC, on décrira un arc de cercle GH, puis, conservant la même ouverture de compas, on prendra pour centre le point F, duquel on décrira l'arc IK : ces deux arcs se couperont en un point qui sera évidemment à égale distance du point E et du point F, et, par conséquent, situé sur la perpendiculaire cherchée.

Si le point C était à l'extrémité de la ligne donnée, en sorte qu'il n'y eût de tracée que la partie AB, il faudrait prolonger cette partie au-delà du point C vers B.

15. Si l'on doit élever la perpendiculaire sur le milieu de AB, on le pourra sans qu'il soit besoin de connaître ce point; car il n'y aura qu'à prendre les points A et B pour centres des arcs indiqués dans l'opération précédente, et décrire de chacun de ces points deux arcs de même rayon, l'un au-dessus de AB, et l'autre au-dessous, comme on le voit dans la *fig.* 10 : on trouvera ainsi les points D et L, évidemment à égale distance du point A et du point B. La ligne qui les joindra sera, par conséquent, perpendiculaire sur AB ; et, comme elle aura tous ses points à égale distance des extrémités A et B, le point C où elle rencontrera AB en sera nécessairement le milieu. L'opération que nous venons d'enseigner peut donc aussi servir à partager une droite en deux parties égales.

16. Si la perpendiculaire doit partir d'un point D, *fig.* 11, donné hors de la ligne AB, il faut d'abord décrire de ce point comme centre, et avec un rayon plus grand que la distance DC, à la ligne AB, une portion de cercle qui marquera deux points E et F, dont le point D sera également éloigné ; il ne res-

tera plus qu'à trouver un autre point L qui soit aussi à égale distance des points E et F, ce qui se fera comme précédemment. Si la droite AB n'est pas assez longue, au-delà du point C, pour qu'on puisse y trouver le point F, il faudra la prolonger.

17. Les trois opérations décrites ci-dessus s'exécutent très-aisément sur le terrain avec un cordeau et des piquets. Pour la première, on prendra un cordeau plus long que la ligne EF, *fig.* 9; on en marquera le milieu; et, ayant fixé les extrémités aux points A et B, on le tirera par son milieu de manière que ses deux moitiés soient également tendues : ce milieu marquera alors le point D.

Pour la seconde, il faudra de plus passer le cordeau au-dessous de la ligne AB, *fig.* 10, afin de trouver le point L; et plantant des piquets aux points D et L, ils donneront l'alignement de la perpendiculaire.

Lorsque la perpendiculaire doit partir d'un point D, pris hors de la ligne AB, *fig.* 11, on commence par fixer le milieu du cordeau à ce point, et on tend ses moitiés jusqu'à ce que leurs extrémités tombent sur la ligne AB. Ayant trouvé de cette manière les points E et F, on y fixe les extrémités du cordeau ; on détache son milieu, et on le passe de l'autre côté de la ligne, comme il vient d'être dit, ce qui donne le point L. On pourrait se contenter aussi de déterminer le point C, milieu de EF.

18. On ne saurait, de cette manière, opérer que lentement, dans un très-petit espace, et souvent avec peu de précision, à cause de la difficulté de tendre également les parties du cordeau, surtout quand son milieu est fixé. Pour éviter ces inconvénients, on emploie un instrument nommé *équerre d'arpenteur*. On lui donne plusieurs formes; mais je pense que celle que représente la *figure* 12 est la plus avantageuse. Les deux directions perpendiculaires y sont marquées par des plaques fendues, ou *pinnules*, placées aux extrémités de deux

diamètres se coupant à angle droit dans un cercle. On pose cet instrument sur un pied, ou piquet, qui s'enfonce en terre.

Quand on vise sur un point B, à travers les fentes des pinnules du même diamètre, les deux autres marquent la direction perpendiculaire; en sorte que si l'on fait planter des piquets dans l'alignement de ces dernières, ils indiqueront la perpendiculaire élevée, par le pied de l'équerre, sur la droite qui répond au premier alignement.

L'exactitude de l'équerre consistant dans l'égalité des quatre angles formés par les deux diamètres, on la vérifie aisément de la manière suivante :

On fait planter deux piquets A et D dans la direction de ces deux diamètres; on tourne ensuite l'équerre sur son pied, jusqu'à ce que la pinnule *d*, qui répondait au piquet D, vienne dans l'alignement du piquet A; si l'équerre est exacte, il faut que la pinnule *b*, dirigée d'abord sur le point B, soit placée dans l'alignement du piquet D.

On sent qu'il n'est pas toujours nécessaire de planter des piquets; on peut se contenter de remarquer, sur les objets environnants, les points auxquels répondaient les deux pinnules *b* et *d*. Plus ces points seront éloignés de l'instrument, plus la vérification sera sûre (1).

(1) J'ai décrit l'équerre d'arpenteur sous la forme la plus ancienne, qui me paraît en même temps la plus commode et la plus simple; on lui en donne maintenant une autre plus portative, mais qui semble moins exacte, parce que l'intervalle entre les deux fentes qui tiennent lieu de pinnules est plus court, et ensuite parce que, formant devant l'œil une sorte d'écran, elle empêche qu'on ne reconnaisse aisément le point sur lequel on vise, puisqu'elle dérobe la vue des objets environnants qui aideraient à le distinguer.

On ajoute aux équerres des pinnules, ou des fentes, qui indiquent la direction qui tient le milieu entre la droite et sa perpendiculaire; mais cet accessoire n'est pas indispensable à l'arpentage.

Je termine en observant que si l'on traçait avec soin, sur une planche bien droite et assez épaisse, deux lignes perpendiculaires, et qu'on plantât à leurs extrémités quatre aiguilles très-fines et très-droites, on aurait à peu de frais un instrument qui pourrait servir lorsqu'il ne s'agirait pas d'opérer bien en grand.

Quand on veut employer cet instrument à mener une perpendiculaire par un point pris hors d'une ligne, il faut recourir à une espèce de tâtonnement, qui consiste à placer le pied de l'instrument sur différents points de la ligne AB, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à celui dans lequel l'un des diamètres étant dirigé sur AB, l'autre réponde au point D. Avec un peu d'habitude, on a bientôt trouvé, de cette manière, le point C, auquel on plante ensuite un piquet; et si on mesure l'intervalle DC, on a la plus courte distance du point D à la ligne AB.

19. Après les lignes perpendiculaires, se présentent les *lignes parallèles*, qui se montrent dans toutes les constructions d'édifices réguliers, et que tout le monde connaît par cette raison.

On juge que deux lignes sont *parallèles* lorsqu'elles conservent dans toute leur étendue la même distance; telles sont les lignes CD et EF, *fig.* 13.

Pour leur donner cette situation, je les ai menées perpendiculairement à la même droite AB, parce qu'alors ne penchant d'aucun côté de AB, elles ne tendent ni à s'approcher ni à s'éloigner entre elles.

20. On voit par là que pour mener par un point E, *fig.* 14, une ligne qui soit parallèle à une ligne donnée CD, il faut abaisser du point E une perpendiculaire EC sur CD, puis, par un autre point quelconque D, pris sur la droite CD elle-même, élever une perpendiculaire DF, sur laquelle on portera la distance EC, ce qui donnera le point F : en tirant la ligne droite EF, on aura la parallèle demandée.

On abrège l'opération, en se bornant à chercher, par tâtonnement, l'ouverture de compas avec laquelle on pourrait décrire, du point E comme centre, un arc de cercle qui ne fit que toucher la ligne CD; puis, avec cette ouverture, et du point D comme centre, on décrit un arc de cercle, et on tire la ligne EF, de manière qu'elle ne fasse que toucher cet arc, et qu'elle passe en outre par le point E.

21. S'il s'agissait de mener la parallèle EF, *fig.* 15, à une distance donnée de la droite CD, il faudrait, par deux points quelconques C et D de cette dernière, élever les perpendiculaires CE et DF, qu'on ferait de même longueur, ou seulement décrire, avec la distance donnée, prise pour rayon, des arcs de cercle, sur le sommet desquels on ferait passer la ligne EF, qui serait la parallèle demandée.

Les procédés indiqués seraient faciles à modifier pour être exécutés sur le terrain, soit avec le cordeau et les piquets, soit avec l'équerre d'arpenteur; ainsi je passe maintenant à la construction des figures auxquelles on rapporte les superficies ou les aires à mesurer.

22. La manière la plus simple de fermer un espace exige trois lignes droites; il en résulte la figure ABC, *fig.* 16, que l'on nomme *triangle*, et où l'on distingue trois côtés, AB, AC, BC, et trois angles, A, B, C. En joignant donc par des droites trois points quelconques, on forme toujours un triangle.

23. Viennent ensuite les *quadrilatères*, qui sont les figures de quatre côtés : la *fig.* 17 en représente un quelconque; mais dans cette espèce de figure on distingue séparément, sous le nom de *parallélogrammes*, celles dont les côtés opposés sont parallèles.

ABCD, *fig.* 18, représente un parallélogramme; et entre ces derniers on considère encore à part, sous le nom de *parallélogrammes rectangles*, ou simplement de *rectangles*, ceux dont les côtés contigus sont perpendiculaires.

ABCD, *fig.* 19, est un rectangle; c'est aussi ce que l'on appelle vulgairement un *carré long*, parce que l'on nomme *carré* le rectangle dont les quatre côtés sont égaux, comme dans la *figure* 20.

24. Pour construire un carré, lorsque la grandeur de son côté est donnée, il faut tirer une droite AB de cette longueur,

élever en A et en B des perpendiculaires AD et BC, qu'on fait de la même longueur que AB ; et tirant DC, on achève de fermer la figure.

25. Le carré, à cause de sa régularité, a été choisi pour mesurer les surfaces. On prend pour unité celui qui a pour côté l'unité linéaire : ainsi la *toise carrée* est un carré d'une toise de côté ; le *mètre carré* a un mètre de côté. (*Voyez* plus loin l'*Exposition des mesures*.)

Cela posé, mesurer une surface quelconque, c'est chercher combien de fois elle contient le carré pris pour unité. Si cette surface a la figure d'un rectangle ABCD, *fig*, 21, on pourra d'abord poser dans le sens de sa longueur autant de carrés égaux à *abcd*, que le côté *ab* sera contenu de fois dans AB ; on en formera de cette manière une rangée, que l'on pourra répéter dans le rectangle autant de fois que la largeur de ce dernier contient le côté du carré *abcd*, c'est-à-dire autant de fois qu'il y a d'unités linéaires dans le côté AD. Le nombre total des carrés contenus dans le rectangle ABCD sera, par conséquent, égal au produit des nombres d'unités linéaires contenues dans les deux côtés contigus de ce rectangle. Sur la figure, l'un de ces côtés contient cinq parties, l'autre six ; le nombre des carrés contenus dans le rectangle sera donc de 5 fois 6 ou 30. De là suit cette règle, *que la mesure d'un rectangle est égale au produit de sa longueur par sa largeur*.

26. Une simple multiplication suffit donc pour trouver la surface de cette figure ; mais le calcul demande quelques attentions particulières, lorsque les côtés ne contiennent pas un nombre exact d'unités. Le moyen le plus simple est de les exprimer par les fractions de la plus petite espèce, et de prendre alors pour unité de superficie le carré formé sur cette petite espèce, c'est-à-dire le *pied carré*, si l'on a réduit les longueurs en pieds ; le *pouce carré*, si on les a réduites en pouces, et ainsi de suite, parce qu'il est toujours aisé de convertir un

nombre de pouces carrés en pieds carrés, puis un nombre de pieds carrés en toises carrées.

Soit, par exemple, un rectangle dont l'un des côtés ait 5 toises 2 pieds, et l'autre 6 toises 4 pieds ; en réduisant tout en pieds, on trouve 32 pieds et 40 pieds : le produit de ces nombres est 1280 pieds carrés. Pour rapporter cette mesure à la toise carré, il faut diviser par le nombre de pieds carrés contenus dans une toise carrée ; et comme cette toise est un rectangle dont les deux côtés ont chacun 6 pieds de longueur, elle contient 36 pieds carrés : divisant donc 1280 par 36, on obtient 35 toises carrées, et il reste 20 pieds carrés. Telle est la mesure du rectangle proposé.

Cette manière d'opérer conduit souvent à de grands nombres, qu'on évite en décomposant la surface proposée, comme le montre la *figure* 22. On prend d'abord la surface du rectangle ABCD, dont les côtés AD et AB sont respectivement de 5 toises et de 6 toises, ce qui donne 30 toises carrées. Il reste à évaluer le rectangle BCEF, qui a 5 toises de longueur sur 4 pieds de largeur ; le rectangle CDGH, qui a six toises de longueur sur 2 pieds de largeur ; enfin, le rectangle CEIH, qui a 4 pieds de longueur sur 2 pieds de largeur. Le premier de ces trois rectangles s'obtient en multipliant 5 toises par 4 pieds, qui sont les 2/3 d'une toise ; il en résulte donc les 2/3 de 5 toises carrées, ou 3 toises carrées et 1/3, ou trois toises carrées et 12 pieds carrés. Le rectangle CDGH a pour mesure 6 toises, multipliées par 2 pieds, ou par 1/3 de toise, ce qui produit 2 toises carrées. Enfin, le rectangle CEIH, dont la longueur est de 4 pieds, et la largeur de 2, donne 8 pieds carrés. En réunissant les 4 nombres

30 tois. c.	
3	12 p. c.
2	»
»	8

on trouve, comme ci-dessus, 35 tois. c. 20 p. carr.

Cet exemple suffira à ceux qui possèdent le calcul des fractions, ou des parties aliquotes, pour les mettre en état d'opérer sur des nombres quelconques. L'usage des mesures décimales simplifie beaucoup ces sortes de calculs, ainsi qu'on le verra dans l'EXPOSITION DES MESURES.

27. On ne doit pas confondre les rapports des côtés des figures avec ceux de leurs surfaces. Lorsqu'on énonce, par exemple, 6 pieds en carré et 6 pieds carrés, la première surface, qui est la toise carrée, ayant 6 pieds de longueur sur autant de largeur, contient 36 pieds carrés, tandis que l'autre surface est seulement équivalente à 6 de ces pieds.

De même, quand on double la longueur des côtés d'un carré, on le rend quatre fois plus grand qu'il n'était d'abord, puisque, s'il avait 1 pied de côté, il en acquiert 2, et son aire contient par conséquent 4 pieds carrés.

28. La mesure du rectangle fait trouver aisément celle des triangles. Parmi ces derniers, je considérerai d'abord ceux qui ont deux côtés perpendiculaires, et qu'on nomme, à cause de cela, *triangles rectangles*. Tel est le triangle ABC de la *figure* 23, dans lequel le côté CB est perpendiculaire sur le côté AB, et l'angle B est par conséquent droit.

Si l'on mène par le point A la ligne AD parallèle à BC, et par le point C la ligne CD parallèle à AB, on formera un rectangle ABCD, dont le triangle ABC sera évidemment la moitié. Ce rectangle aura pour mesure le produit de sa longueur AB par sa largeur BC (*Voyez* ci-dessus, nº 25). Le triangle ABC, qui en est la moitié, aura donc pour mesure la moitié du produit de ses deux côtés perpendiculaires AB et BC, ou, ce qui revient au même, le produit de l'un d'eux par la moitié de l'autre. AB, par exemple, étant égal à 7 unités, et BC à 4, on aura 2 fois 7 ou 14 pour la surface du triangle ABC.

Un triangle quelconque peut toujours être ramené à deux triangles rectangles, en abaissant de l'un de ses angles une perpendiculaire sur le côté opposé; ce qui présente deux cas.