



LES POLYÈDRES CYCLIQUES

(Texte dédié à Etienne Ghys pour ses 60 ans et à Bernard Teissier pour ses 70 ans.)

le 5 juin 2015

DISCUSSION SUR L'ARTICLE !

Les polyèdres cycliques

le 14 mai à 22:28, par Vincent Beck

Bonjour,

Bravo pour cette article rempli de superbes dessins.

Quelques remarques :

Dans le bloc dépliant expliquant la notion de coordonnées, j'ajouterai une phrase du type « La dimension de l'espace est précisément le nombre de coordonnée d'un point ».

Dans la proposition de la partie « Les simplexes de l'espace de dimension quatre », il me semble plus judicieux de finir par « 6. » que par « 6 ! »...

Le ! pourrait être lu par certain comme un !

La proposition dans la partie « Une preuve du théorème sur les polyèdres cycliques » ne me paraît pas complètement claire : dans la première partie de la phrase, l'hyperplan ne doit passer que par un seul point et ensuite il passe par deux. Je la séparerai en deux parties pour éclaircir (?) le propos. D'abord : F est un sommet s'il existe un hyperplan qui ne passe que par ce point et tel que tous les autres points sont d'un même côté de l'hyperplan. Puis deux points sont les extrémités d'une arête, s'il

existe un hyperplan qui passe par ces deux points et tous les autres points sont du même côté de l'hyperplan. Cela nécessite alors de considérer l'hyperplan $(X-t_i)^4$ puis l'hyperplan $(X-t_i)^2(X-t_j)^2$.

Enfin dans la dernière partie dans la définition des polyèdres amicaux, le mot face mériterait une explication : car pour l'exemple de la dimension 4, les faces sont des arêtes... ce qui n'est pas vraiment naturel pour un lecteur peu habitué à ces changements de dimension.

Encore bravo !

Merci !

le 15 mai à 09:55, par Patrick Popescu-Pampu

Je vous remercie pour ces remarques judicieuses, dont j'ai tenu compte.

Patrick Popescu-Pampu

Répondre à ce message (spip.php?page=print-forum&id_article=3468&id_forum=10113#commenter)

Les polyèdres cycliques

le 19 mai à 23:16, par Vincent Beck

Bravo pour ces enrichissements. Toujours en complément à la proposition de la partie « Une preuve du théorème sur les polyèdres cycliques » : il pourrait être mentionné que la proposition ne s'étend pas à un ensemble de trois points dans un hyperplan sans condition supplémentaire. Il faut supposer que les trois points sont non alignés... si on a quatre points, qu'ils sont non coplanaires...

Répondre à ce message (spip.php?page=print-forum&id_article=3468&id_forum=10161#commenter)

Note

le 20 mai à 18:18, par Patrick Popescu-Pampu

Bonjour,

Et merci pour cette nouvelle remarque ! J'ai rajouté une note de bas de page à cette proposition, ne disant pas exactement ce que vous m'avez suggéré, mais un fait relié, qui me permet de ne pas entrer dans le détail des configurations spéciales, ce qui m'éloignerait de mon propos.

Répondre à ce message (spip.php?page=print-forum&id_article=3468&id_forum=10168#commenter)

Les polyèdres cycliques

le 15 mai à 16:36, par Clément Caubel

Très joli, très clair, merci !

Quelques remarques :

— dans l'énoncé du premier théorème sur les polyèdres amicaux, tu peux peut-être écrire les ensembles sans ... ($\{1, \dots, 3\}$ est évitable) ;

— En réfléchissant plus, il me semble que dans les deux théorèmes le cas $k = 0$ est trivial. Veux-tu vraiment le garder ?

— En réfléchissant encore plus, j'écrirais plutôt en seconde partie d'énoncé : « Si de plus il y a égalité, alors c'est un polyèdre amical » pour le premier et « Si, de plus, il y a égalité et si $k > [d/2]$, alors c'est un polyèdre amical » pour le second (comme ça, tu ne fixes pas deux fois k dans le même énoncé).

— Pour le diagramme de Schlegel : peut-être peux-tu citer celui imprimé en 3D par Arnaud Chéritat pour le 120 (<http://images.math.cnrs.fr/Le-120.html>).

— Enfin une anecdote à propos de Gale que je viens d'apprendre par coïncidence : il est entre autres à l'origine des algorithmes de mariage stable utilisés dans les procédures d'affectations type APB ou Affelnet, qui sont d'actualité pour qui est (ou a des enfants) en troisième ou en terminale... Ce qui est amusant, c'est que le papier à ce sujet pour lequel il

a eu le prix Nobel d'économie fait six pages et est paru en 62 dans l'American Mathematical Monthly ! Mais bon, on s'éloigne de la relecture là...

Amitiés,
Clément

Merci !

le 15 mai à 17:34, par Patrick Popescu-Pampu

Merci Clément pour ces avis judicieux dont j'ai tenu compte ! Ainsi, j'ai rajouté une phrase juste avant la section « Les polyèdres amicaux » pour citer l'article d'Arnaud Chéritat, mais en précisant en note que ce qu'il construit N'EST PAS un diagramme de Schlegel. Quant à Gale, il n'a pas eu le prix Nobel d'économie, mais il aurait pu l'avoir s'il n'était pas mort en 2008. J'ai rajouté une phrase à ce sujet dans la note 5.

Patrick

Répondre à ce message (spip.php?page=print-forum&id_article=3468&id_forum=10117#commenter)

Les polyèdres cycliques

le 16 mai à 17:03, par Rémi Molinier

Bonjour,

Merci pour ce très bel article avec de très beaux dessins.

Voici mes quelques remarques (plus ou moins pertinentes) :

— Après la définition de convexe, cela vaudrait peut-être le coup d'illustrer pourquoi la figure précédente ne l'est pas. Peut-être juste dans un texte roulant ?

— Dans la démonstration du polyèdre donné par des points sur une parabole, j'ai peur que la ligne $aX + bX^2 + c := (X - t_i)^2$ paraisse mystérieuse pour certains. Peut-être juste écrire $(X - t_i)^2$?

- Même remarque pour l'analogie en dimension 4.
- Pour le diagramme de Schlegel, je ne suis pas sûr de bien comprendre les couleurs. Si je ne me trompe pas, les quatre sommets violet correspondent à la facette par laquelle « on regarde ». Pour les arêtes, est-ce que c'est juste que l'on met du bleu si une extrémité est bleue et du rouge si une extrémité est rouge (et donc violet si une extrémité est bleue et l'autre rouge) ?

Bravo encore pour ce superbe article !

Ça donne vraiment envie de s'intéresser à tout ça !

Amicalement,

Rémi

Merci !

le 16 mai à 18:13, par Patrick Popescu-Pampu

Merci pour vos remarques judicieuses !

J'en ai tenu compte, en rajoutant les notes de bas de page [1], [11] et en reformulant les définitions des polynômes.

Patrick Popescu-Pampu

Répondre à ce message (spip.php?page=print-forum&id_article=3468&id_forum=10122#commenter)

Les polyèdres cycliques

le 17 mai à 09:34, par Aziz El Kacimi

Merci Patrick pour ce bel article ! J'y ai appris des choses et je suis sûr qu'il plaira grandement à beaucoup de lecteurs.

Certains points à éclaircir que j'aurais relevés t'ont déjà été signalés, je me limite à quelques remarques minimales au niveau du texte. (Bien sûr, libre à toi d'en tenir

compte ou pas !)

1. Personnellement, je trouve plus claire la formulation « ...*deux sommets quelconques sont joints par une arête.* »

au lieu de « ...*tout couple (toute paire) de sommets est relié par une arête.* »

2. Première définition : « *dit* » au lieu de « *dite* ».

3. Enveloppe convexe : « ...*enveloppe convexe de A est le plus petit (au sens de l'inclusion) ensemble convexe qui contient A.* »

4. « *Traduisons d'abord dans le plan la proposition...* »

5. « ...*en dimension supérieure ou égale à quatre.* »

Amités,

Aziz

Merci !

le 17 mai à 17:51, par Patrick Popescu-Pampu

Merci Aziz pour ces remarques pertinentes, dont j'ai tenu compte !

Patrick

Les polyèdres cycliques

le 21 mai à 08:29, par Antonin Guilloux

Bonjour Patrick,

cet article est super, et comme j'arrive après beaucoup de commentateurs, je n'ai pas grand chose à dire.

Un doute cependant, sur le diagramme de Schlegel que tu construis :

— $[M_1 M_2 M_4 M_5]$ doit être une face (dessinée en bas)

— mais, d'autre part, sur la figure centrale, l'arête $[M_2 M_6]$ passe au dessus de $[M_1 M_5]$, ce

que je n'arrive pas à comprendre : ne devrait-elle pas passer en dessous ?

En tout cas, merci beaucoup

Amicalement

Antonin

Les polyèdres cycliques

le 21 mai à 11:15, par Antonin Guilloux

Je m'aperçois d'ailleurs que dans la figure en illustration de cet article, l'arête est comme j'imagine...

Répondre à ce message (spip.php?page=print-forum&id_article=3468&id_forum=10172#commenter)

Oui !

le 21 mai à 11:25, par Patrick Popescu-Pampu

Merci beaucoup Antonin pour cette remarque parfaitement correcte ! Je vais corriger ce dessin dès que j'aurai un peu de temps pour obtenir une figure correcte et soignée ... Heureusement que tu as regardé cette figure attentivement !

Répondre à ce message (spip.php?page=print-forum&id_article=3468&id_forum=10173#commenter)

Corrigé !

le 21 mai à 20:59, par Patrick Popescu-Pampu

Cher Antonin,

Peux-tu vérifier que la nouvelle figure ne te pose plus problème ? Merci d'avance !

Répondre à ce message (spip.php?page=print-forum&id_article=3468&id_forum=10178#commenter)