

## Dépasse l'Émile

Deux joueurs multiplient l'un après l'autre un nombre  $A$  par un nombre entre 2 et 9. Au début de la partie, le nombre  $A$  vaut 1. Le premier des joueurs à atteindre ou dépasser 1000 gagne.

Du premier ou du second joueur, quel est celui qui dispose d'une stratégie gagnante lui permettant de gagner à tous les coups ?

Joueur 1 :  $A = 1$

- **Comment gagner à coup sûr ?**

Il suffit d'être le premier joueur et de multiplier A par un nombre de sorte que ses résultats intermédiaires soit tous dans compris entre 4 et 6 ou entre 56 et 111 ; dit autrement : il faut « jouer » dans la réunion d'intervalles **[4 ; 6] U [56 ; 111]**.

Autrement dit, au premier coup le premier joueur qui veut appliquer cette stratégie gagnante doit multiplier par 4 , par 5 ou bien par 6, etc.

- **Pourquoi la stratégie fait gagner à coup sûr ?**

Supposons que je sois le premier joueur et que j'applique la stratégie décrite.

- Si je joue « un coup » et que mon résultat est au plus égal à 111, au coup suivant, mon adversaire n'aura pas la possibilité de dépasser 1000 puisqu'au plus, il obtiendra  $A = 111 \times 9 = 999$ .
- Si je joue « un coup » et que mon résultat est plus grand ou égal à 56 alors mon adversaire sera obligé de dépasser 111 puisqu'il fera au minimum  $2 \times 56 = 112$ . Il m'offrira ainsi la possibilité de dépasser 1000 au coup suivant,
- Si je joue « un coup » et que mon résultat est inférieur ou égal à 6 alors mon adversaire fera au plus  $9 \times 6 = 54$  ; donc moins que 56.
- Si je joue ce coup et que mon résultat est supérieur ou égal à 4 alors, au coup suivant, mon adversaire fera au minimum  $2 \times 4 = 8$  ; donc il dépassera 6, ce qui m'offrira la possibilité de faire au moins 56.

Après avoir multiplié A par un des nombres parmi  $\{ 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 \}$ , le résultat obtenu par le joueur dont c'était le tour s'appelle la position du joueur. Les positions parmi  $\{4;5;6\}$  et  $\{56;57 ; \dots 110;111\}$  s'appellent des **positions gagnantes**. On peut leur adjoindre les positions formées des nombres supérieurs ou égal à 1000. La position initiale ne faisant pas partie des ces positions gagnantes, c'est le premier joueur qui pourra regagner une telle position, obligeant son adversaire à s'écarter de ces positions et pouvant au coup suivant revenir dans l'une de ces positions, lui assurant finalement d'atteindre une position finale puisque celles-ci figurent parmi les positions gagnantes.