



ENQUÊTES

ALEXANDRE GROTHENDIECK

LE GÉNIE INCONNU DES MATHÉMATIQUES

→ Les mathématiciens français se voient aujourd'hui décerner les plus hautes récompenses de la planète. Alexandre Grothendieck les a toutes reçues (et dénigrées) avant eux. Nous avons retrouvé ce génie retiré sur les contreforts des Pyrénées, qui, toute sa vie, a suivi une quête d'ordre absolu. En révolutionnant sa discipline, aurait-il percé le secret le plus fondamental de l'univers ? Par **Philippe Douroux**

Le portail gris aurait besoin d'un coup de peinture, mais la maison résiste au temps et au manque d'entretien. On n'ose pas frapper, l'homme qui vit là a fini par se fâcher avec ses voisins, un homme d'une cinquantaine d'années et sa mère, qui lui rendaient quelques services. La raison de cette ultime chamaillerie ? « J'ai arraché quelques brins d'herbes qui poussaient sur la partie goudronnée du chemin qui mène à la maison. Qu'est-ce que j'avais pas fait... », explique le voisin. L'un des plus grands esprits du XX^e siècle vit comme Edmond Dantès au château d'If. Son île se limite à quelques mètres carrés loin de la mer, mais la solitude est complète. Mathématicien de génie, il vit retranché depuis vingt ans, enfermé dans une paranoïa qui le pousse à fuir le monde des hommes et ses compromis. Il a entrevu la perfection dans les mathématiques et voudrait la retrouver parmi les hommes. Devant cette impossibilité, il s'est retiré, espérant peut-être s'installer à la place de Dieu comme le héros de Dumas, devenu le comte de Monte-Cristo, après quatorze ans de cachot.

À LA RECHERCHE D'UN MYSTÈRE

Alexandre Grothendieck, 83 ans, ne veut voir personne et ceux qui veillent sur lui, à distance, refusent de vous donner le nom de son village. Les chemins pour

Ses pairs le placent aux côtés d'Albert Einstein

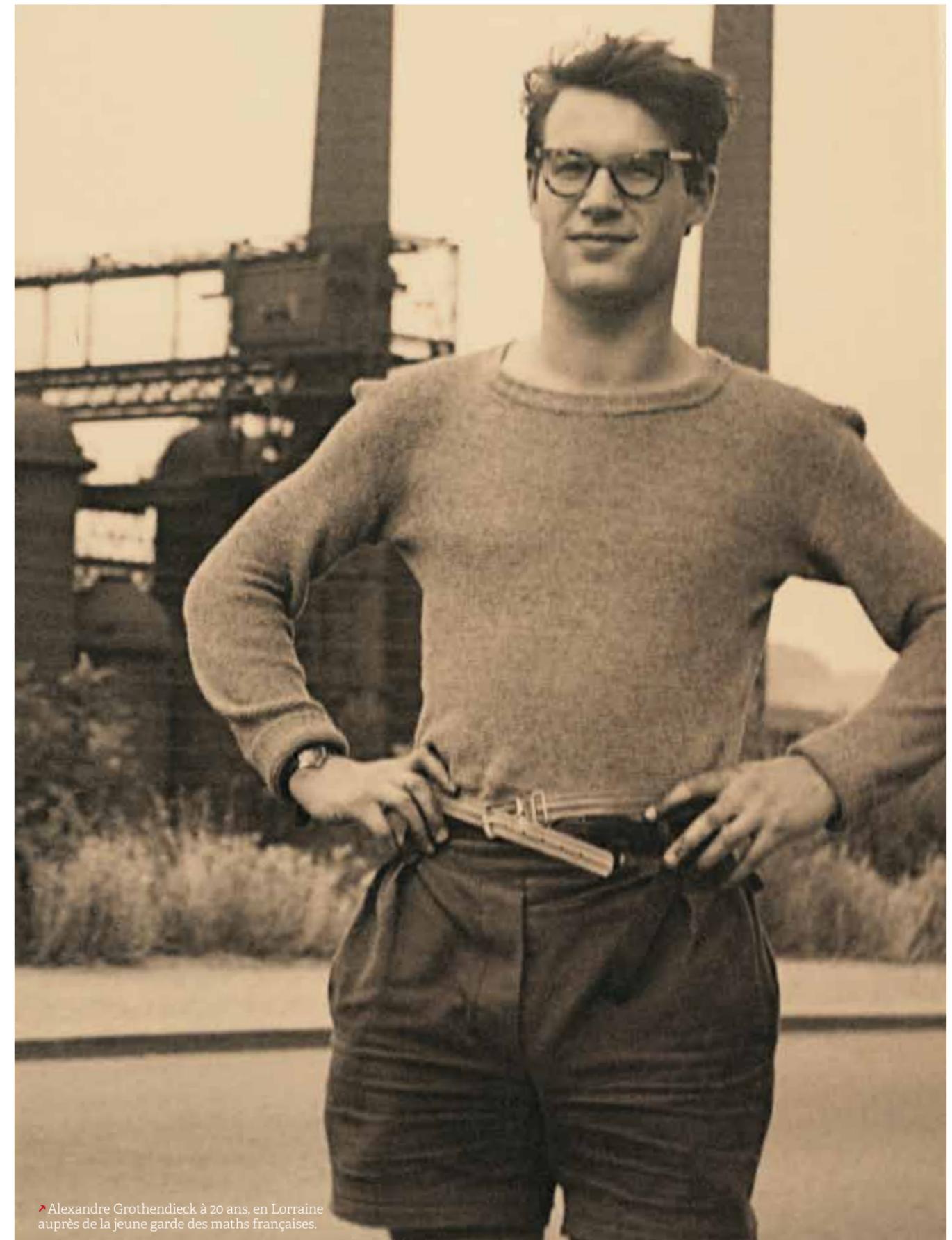
l'obtenir sont aussi compliqués qu'une équation à n inconnues. Et pour qu'on vous le confie, il faut promettre de ne pas le rendre public. Un courrier déposé dans sa boîte à lettres, quelques lignes suspicieuses en réponse, et des courriers retournés « à l'expéditeur » seront nos seuls contacts avec lui.

Les plus prestigieuses universités l'accueilleraient volontiers pour conforter leur renommée internationale, mais lui préfère achever sa vie en reclus dans les Pyrénées, dont les routes tournicottantes du piedmont semblent faites pour envoyer les visiteurs au diable. Longtemps, il a jonglé avec les X et les Y comme Victor Hugo jouait avec les mots

pour écrire *Les Misérables*, ou comme Beethoven plaçait les notes sur la partition pour composer *La Neuvième Symphonie*. Ses pairs le placent au niveau d'Albert Einstein, dont il partage l'aversion pour l'apprentissage scolaire, l'indépendance de pensée et une puissance de travail stupéfiante. Claire Voisin, mathématicienne, membre de l'Académie des sciences, n'apprécie ni l'homme ni sa manière de concevoir les maths, trop monumentale, mais elle s'arrête un instant quand on lui demande quel autre mathématicien a la dimension d'Alexandre Grothendieck. La réponse vient de sa voix douce, comme une évidence : « Il n'y en a pas... » Ni Hilbert ni Cantor, ni Gauss, ni Poincaré, Henri, le cousin de Raymond, ni Weil, André, le frère de Simone...

UNE PENSÉE FÉCONDE

Si les récompenses permettent de mesurer le talent, alors le sien paraît immense. Il obtient en 1966 la médaille Fields, souvent considérée comme le Nobel des mathématiques. Celle-ci est attribuée tous les quatre ans à des chercheurs de moins de 40 ans. Ensuite, vient la médaille Émile Picard, de l'Académie des sciences, en 1977 ; puis, en 1988, le Prix Crafoord, créé par l'Académie royale de Suède pour mettre en avant les sciences oubliées par Alfred Nobel. Lui ne leur accorde pas grande importance. La première,



➤ Alexandre Grothendieck à 20 ans, en Lorraine auprès de la jeune garde des maths françaises.

CRÉDIT PHOTO

En moins d'un an, Grothendieck avait la solution de quatorze questions mathématiques non résolues

$$H^q(\Omega_X^*(Y)) \cong R^q f_*(C_{X-Y})$$

$$Z_F(t) = \prod_i Z_{R_i^* g^*(F)}(t)^{(-1)^i}$$

il la vendra aux enchères pour reverser l'argent au gouvernement du Nord Vietnam en guerre contre l'Oncle Sam. La seconde finira en casse-noisettes, qualifié de « très efficace », chez un ancien élève. Quant au prix Crafoord, couronnement d'une carrière scientifique, il le refusera tout simplement. L'argent (270 000 dollars, soit 1,5 million de francs à l'époque) ne l'intéresse pas et les honneurs l'insupportent. Et si, comme il le dit lui-même dans sa lettre de refus adressée au secrétaire de l'Académie suédoise, il attend le jugement du temps pour évaluer la fécondité de ses travaux, alors sa dimension ne fait plus de doute.

ARPENTER L'INFINI

Sur les trente-huit médailles Fields attribuées depuis 1970, neuf des lauréats ont travaillé dans son sillage. Et il ne s'agit pas d'une école franco-française puisqu'on trouve pêle-mêle un Allemand, un Russe,

un Japonais, un Belge, un Ukrainien, un Américain, un Français, Laurent Lafforgue, et un Franco-Vietnamien, Ngô Bảo Châu. L'ambition affichée très tôt par celui que son élève le plus proche, Pierre Deligne, appelle aujourd'hui encore « mon maître », était incommensurable, un comble pour celui qui se veut arpenteur de l'infini. Il s'agit d'unir la capacité de la géométrie à montrer et la puissance de l'algèbre à démontrer. Prenez un compas et tracez un cercle : vous faites de la géométrie. Écrivez $x^2 + y^2 = 1$: vous faites de l'algèbre. Pour rapprocher les deux mondes, il faut définir un langage commun, forger des outils capables d'établir les règles du grand architecte de l'univers. « Tout se passe comme s'il y avait un objet mystérieux, une raison unique, centrale qui permette d'expliquer toutes les autres », explique Claire Voisin. L'aboutissement s'appelle la « théorie des motifs »,

et demandera sans doute des décennies ou un autre Grothendieck pour aboutir. « Alexandre représente le cas extrême du mathématicien qui cherche une approche globale, une compréhension totale. Il ne veut pas s'enfermer dans des cas précis, des exemples qui vont limiter sa réflexion ou la portée de son travail », résume son premier élève, Michel Demazure. Un jour, un auditeur interrompt Alexandre Grothendieck quand celui-ci évoque un nombre premier pour les besoins de sa démonstration : « N'importe lequel ? » « Oui, par exemple 57 », répond le prof qui fait mine d'oublier, ou se fiche de savoir, que 57 n'a rien d'un nombre premier puisqu'il est divisible par 3 ($19 \times 3 = 57$). 57 reste comme « le nombre premier de Grothendieck ». Le titre de son grand ouvrage montre la dimension qu'il entend donner à son travail. *Éléments de géométrie algébrique*, EGA pour les familiers, renvoie aux *Éléments* d'Euclide. Il y a les mathématiques euclidiennes et les mathématiques d'après. Selon les premières, les droites parallèles ne se croisent pas, pour les secondes, la notion même de droites parallèles disparaît. Euclide avait raison pour les voies ferrées, mais tort pour la voie lactée, l'infini, comme Gauss et Riemann, deux mathématiciens de l'école allemande, l'ont démontré au XIX^e siècle. Les EGA, complétés par le fruit des sept séminaires de géométrie algébrique (SGA) du Bois Marie, un monument de rigueur et de créativité, iront plus loin encore en remettant en cause la notion même d'espace.

LES TROUBLES DE L'HISTOIRE

À l'origine, celui qui vise aujourd'hui le tout n'était rien. Alexandre Grothendieck voit le jour en 1928, à Berlin. Ses parents guettent l'imminence du meilleur, l'avènement d'une société communiste libertaire, quand Hitler s'apprête à prendre le pouvoir cinq ans plus tard. Son père, Alexander Shapiro – ou Tanaroff, patronyme du faux passeport qui lui servira tout au long de sa vie –, juif né en 1889 à Novozybkov, a déjà participé à la Révolution de 1905 contre le Tsar de toutes les Russies, et à celle de février 1917. Quand les bolcheviks chassent les anarchistes, il entame une traversée de l'Europe en se jouant des frontières et des polices. Sa mère, Hanka Grothendieck, née dans le nord de l'Allemagne, a pris ses distances avec une famille protestante petite-bourgeoise. En 1933, le couple abandonne son fils à Berlin et quitte l'Allemagne pour Paris, avant de passer les Pyrénées pour participer à la Guerre civile espagnole. En octobre 1939, en France, le président du Conseil Édouard Daladier ouvre des camps d'internement pour enfermer les « étrangers indésirables », les anars, les commu-



↑ Grothendieck, lors d'un de ses séminaires de géométrie algébrique dans les années 60 à l'Institut des hautes études scientifiques.

nistes, les Allemands et plus généralement tous les « suspects ». Alexander Shapiro se retrouve au Vernet d'Ariège. Il connaîtra ensuite Noé (Haute-Garonne) puis Drancy et Auschwitz, où il disparaît le 14 août 1942. Hanka, elle, se retrouve internée avec son fils au Rieucros (Lozère), où sont enfermées des femmes jugées « suspectes ». Les enfants, les plus grands en tout cas, peuvent aller à l'école. Alexandre Grothendieck racontera dans *Récoltes et Semailles*, une autobiographie écrite vers 1985 qui ne trouva pas d'éditeur mais dont des extraits ont fuité sur Internet, qu'il pouvait se rendre à pied au lycée de Mende, à 3 kilomètres de là. Bon élève, « sans être brillant », dit-il, il fait des maths comme les enfants imaginent des histoires de pirates. Par jeu. « J'ai appris par une détenue, Maria, la définition du cercle [l'ensemble des points situés à la même distance d'un point]. Elle m'avait impressionné par sa simplicité et son évidence, alors que la rotondité parfaite du cercle m'apparaissait comme une réalité mystérieuse », explique-t-il.

L'ÉLÈVE INDÉPENDANT

À partir de ce moment, Alexandre Grothendieck va suivre un cursus scolaire aussi banal qu'incroyable. Il ira jusqu'au bac au collège cévenol du Chambon-sur-

Lignon, où le pasteur Trocmé a organisé un sauvetage à grande échelle des enfants juifs. « Quand on était averti par la police locale qu'il y aurait des rafles de la Gestapo, on allait se cacher dans les bois pour une nuit ou deux, par petits groupes de deux ou trois, sans trop nous rendre compte qu'il y allait bel et bien de notre peau », raconte-t-il très simplement dans *Récoltes et Semailles*. Avec son bac, il s'inscrit à la fac de Montpellier où il ne brille pas en cours. Il n'y va pratiquement pas et sera même contraint de repasser l'épreuve d'astronomie. Bossant dans son coin, il redéfinit par lui-même entre 17 et 20 ans l'intégrale de Lebesgue, qui date de 1902 et permet de calculer des volumes complexes. Alexandre Grothendieck a entendu parler de ce mathématicien, mais il n'a pas l'idée d'ouvrir son livre. Il n'apprend pas les maths, il les fait, ou les refait. « Les livres, on ne les lit pas, on les écrit », aurait-il lâché quelques années plus tard alors qu'un chercheur américain s'enquerrait de sa bibliothèque. L'homme est là, tout entier avec son génie, son culot et son absence de culture mathématique. En octobre 1948, il ne prend pas la peine d'aller chercher sa licence qui l'attend toujours au secrétariat

du département de mathématiques de la fac de Montpellier et monte à Paris avec un précieux sésame, une lettre de recommandation qui lui donne accès à Henri Cartan. Cet esprit influent s'est alors donné pour tâche de reconstruire l'école française de mathématiques.

LE TEMPS DES SOLUTIONS

Le voilà en 1948, au Quartier latin, face à ce que la méritocratie française produit de mieux : d'excellents élèves venus de toute la France, dirigés vers les meilleures classes préparatoires, celles de Louis-le-Grand ou de Henri-IV, pour ensuite entrer à Normale Sup, rue d'Ulm : une carrière toute tracée avec, pour trois ou quatre d'entre eux, une ultime marche, le Collège de France. Henri Cartan conseille à Grothendieck de se rendre à Nancy où la jeune garde des maths modernes s'est repliée, abandonnant momentanément la capitale aux vieilles barbes de la Sorbonne. Là-bas, Laurent Schwartz (médaille Fields 1950) et Jean Dieudonné l'accueillent avec curiosité. Sait-on jamais... Stature immense, voix de stentor et rectitude absolue, le second commence par lui passer un savon à propos de sa redécouverte de Lebesgue : « Ça sert à quoi de



↑ Grothendieck (au centre), en Lozère, fin 1975, après sa conversion à l'écologie radicale.

refaire ce qui a été fait ? Ça n'est pas comme ça que l'on travaille... » Le mathématicien, en règle générale, est plutôt brut de décoffrage quand il s'agit de dire des choses désagréables. L'élégance, il la garde pour la démonstration réussie. Pour le tester, ses chaperons lui confient quatorze questions qu'ils ne parviennent pas à résoudre. Il peut choisir celles qui l'intéressent... Jean Dieudonné raconte la suite : « Le résultat dépassa nos espérances. En moins d'un an, il avait résolu tous nos problèmes... » Cette fois il se montre élogieux : « Il a tout résolu ! », clame-t-il un matin à Laurent Schwartz en arrivant à la fac. Ceux qui assisteront aux séminaires Bourbaki quelque temps plus tard se souviennent de son enthousiasme face aux solutions apportées par ce jeune étudiant. En l'espace de quelques mois, Alexandre Grothendieck a rédigé l'équivalent de six thèses de doctorat. Pour un doctorant solide, mieux vaut compter trois ou quatre ans pour aller au bout d'une seule. L'effort est si considérable qu'il ne viendrait à personne l'idée de rédiger deux thèses en parallèle. Il a tout simplement ouvert un domaine de recherche, les espaces vectoriels topologiques, dont se serviront les spécialistes de la mécanique quantique, pour le refermer aussitôt.

LA MACHINE ENCHANTÉE

Au début des années 50, l'évidence s'impose. Le meilleur mathématicien de

sa génération vient de nulle part. Quand Léon Motchane, un industriel devenu docteur en mathématiques sur le tard, met en place l'Institut des hautes études scientifiques (IHES) sur le modèle de l'Institut d'étude avancée (Institute for Advanced Study, IAS) – un établissement monté de toutes pièces en 1930 à Princeton pour permettre à Albert Einstein de poursuivre ses recherches aux États-Unis –, il place Alexandre Grothendieck au cœur de ce Thélème des temps modernes. Petit à petit se met en place une machine qui va lui permettre d'avancer. Jean Dieudonné, homme de droite, se met au service de cet anarchiste invétéré qui méprise tous les pouvoirs et ne demandera sa naturalisation qu'en 1971, une fois certain qu'on ne lui demandera plus de faire son service militaire. Jean-Pierre Serre, la plus jeune médaille Fields de l'histoire, à 28 ans en 1954, et le plus jeune professeur au Collège de France, à 30 ans, devient un catalyseur de l'avancée de leurs travaux. À ce triangle Grothendieck-Dieudonné-Serre, il faut ajouter une douzaine d'élèves. Ils vont transpirer sang et eau pour décrire avec une précision extrême des espaces exotiques où géométrie et arithmétique ne font qu'un, un monde dans lequel un point est autre chose que la notion première envisagée par Euclide. Les mathématiques ont existé avant eux et existeront après eux, mais Michel Demazure, Michel

Raynaud ou Luc Illusie se retrouvent embarqués dans une quête monumentale. « Imaginez que nous nous engageons dans un canyon aride, sans bien comprendre où nous allons, et que tout à coup nous débouchions sur une plaine verdoyante », explique Luc Illusie, professeur émérite à Paris-Sud. Michel Raynaud, aujourd'hui à la retraite, mais présent dès 8 heures chaque matin à son bureau de la fac d'Orsay, ne dit pas autre chose : « On avait l'impression de se retrouver dans une impasse, sans issue possible. Et d'un seul coup, par la magie du concept bien choisi, on se retrouvait de l'autre côté de l'obstacle comme par enchantement. On était ébloui. » Et d'ajouter après un silence : « Et l'éblouissement ne s'est pas effacé. » Un hommage d'autant plus fort qu'il vient d'un étudiant qui négligea les travaux de lui demandait Alexandre Grothendieck pour choisir seul son sujet de thèse.

L'ÉQUATION POLITIQUE

En mai 1968, la machine se dérègle. Shourik, comme l'appellent ses proches, se rend à Orsay pour dialoguer avec les « contestataires ». L'anar se fait conspirer par les « enrégés ». Le réprouvé se découvre mandarin. « Après, il n'était plus le même », raconte Valentin Poénaru. Celui qui a fui la Roumanie en 1962 et que Grothendieck a accueilli à bras ouverts revit aujourd'hui la dure confrontation : « Ça a été une gifle terrible, c'était d'une violence inouïe ». Il allait défendre la recherche. Deux ans plus tard, il appelle la communauté scientifique à l'abandonner purement et simplement. Il se fâche avec Léon Motchane qui a accepté des crédits militaires pour financer l'IHES. Pierre Cartier, ami de toujours et mathématicien engagé comme on parlait alors d'écrivain engagé, dit en quelques mots le chambardement intellectuel qui se produit : « Avant il m'engueulait parce que je faisais autre chose que des maths. Après il m'engueulait parce que je faisais encore des maths. » Jean-Pierre Serre l'accueille au Collège de France, où il pose une question folle : « Allons-nous continuer la recherche scientifique ? » Autant demander au Vatican si Dieu existe. Trop gauchiste pour le Collège de France, sa chaire est supprimée. Il passera un an à Orsay et s'en retourne à Montpellier, où il devient simple professeur et invente avec d'autres l'écologie radicale, notamment au sein du groupe Survivre et vivre. Le message est simple : la planète n'en a plus pour longtemps, nous devons changer radicalement notre façon de vivre. Dévoilement de la science et de la technologie utilisées contre l'environnement, prolifération du complexe militaro-industriel... il soulève alors des questions qui se retrouvent aujourd'hui au cœur du débat politique.

À la veille de la rentrée 1978-1979, il distribue aux étudiants une réflexion dans laquelle il entend provoquer « une saine nausée devant la perspective de reprendre encore et toujours le sempiternel ballet mécanique, figurants falots dans le rite infiniment ressassé de notre propre castration ! » Voilà pour le fond. La forme suit. Il propose de tirer les notes au sort entre 10 et 20, ou met 20 à tout le monde ! Pour beaucoup, l'homme semble perdu pour les maths. Jean Malgoire, qui l'hébergea plus d'une fois, s'agace de cette vision : « Nous passions des journées à parler de mathématiques. Le soir, tard, j'allais me coucher épuisé. Lui se mettait à faire des maths et le matin il me tendait une quinzaine de pages. » En août 1991, alors qu'il se trouve à la retraite depuis trois ans, Alexandre Grothendieck quitte son dernier domicile connu pour son ermitage pyrénéen. Il laisse à Jean Malgoire 20 000 pages de notes et de lettres rédigées en une quinzaine d'années. Il compte 63 printemps et se montre aussi productif qu'à 40 ans. Celui qui est devenu le dépositaire de l'œuvre se lance avec Matthias Künzer et Georges Maltsiniotis dans une exégèse des textes écrits sur de grandes feuilles d'ordinateur des années 80 ou sur des bouts de carton. Ils en dégagent notamment la notion de « dérivateurs ».

UN TRÉSOR BIEN GARDÉ

Depuis son île ariégeoise, Alexandre Grothendieck voudrait tout envoyer au pilon. La communauté des mathématiciens entend passer outre et garde le secret du lieu où se trouvent les cinq cartons, dont un de couches Pampers, qui contiennent sa correspondance et ses travaux. Pour Michel Demazure, il faudra une cinquantaine d'années, peut-être plus, pour prendre la mesure de ce qui dort quelque part au centre de Montpellier. Finalement, pour reprendre le constat d'un compagnon de l'IHES, David Ruelle, « Grothendieck n'était rien... » Ni ex de Normale Sup ni ancien de l'école Polytechnique, juste ancien du Rieucros, il est redevenu une poussière de l'histoire, reclus et oublié quelque part dans les contreforts des Pyrénées, il regarde l'herbe prise dans l'épais goudron. Peut-être a-t-il trouvé l'équation angulaire. Nul ne le sait et lui a peut-être mis le feu à sa découverte. ●

→ **Remerciements à Amaury Thuillier, maître de conférences à l'université Lyon-I, pour avoir servi de guide dans les mathématiques de Grothendieck**
 → **Pour prolonger sa découverte de la discipline : la BD Logicomix (éd. Vuibert) et l'expo Mathématiques à la Fondation Cartier du 21 octobre au 19 février 2012**

CRÉDIT PHOTO

En 1970,
 $H^q(X_{\text{ét}}, R^p \pi_* F) \Rightarrow H^{p+q}(Y_{\text{ét}}, F)$
il appelle
la communauté
 $Rf_* F \otimes_A Rg_* G = Rh_* (p^* F \otimes_A Rg_* G)$
scientifique
à abandonner
 $Z_F(t) = \prod_i Z_{R^i g_*(F)}(t)^{(-1)^i}$
purement
et simplement
la recherche

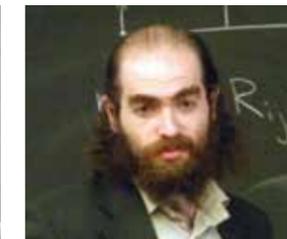
$H^q(\Omega_X^*(Y)) \simeq R^q f_*(C_{X-Y})$
 $\text{ch}(f_!(x)) = f_*(\text{ch}(x) \cdot \text{td}(T_f))$

TROIS AUTRES MATHÉMATICIENS INSOLITES



HARALD BOHR

Le footeux (1887-1951)
 Il travaille sur la répartition des nombres premiers parmi les nombres premiers et découvre deux théorèmes majeurs. Mais, plus insolite, Harald Bohr a également fait partie de l'équipe de football du Danemark qui a infligé aux Bleus la pire défaite de leur histoire : 17-1, le 22 octobre 1908.



GRIGORI PERELMAN

Le reclus (né en 1966)
 Il a refusé la médaille Fields et n'a jamais donné qu'une interview à travers la porte de son petit appartement HLM. Peu lui importent les honneurs ou les récompenses, car dit-il : « Je sais comment gouverner l'univers. Pourquoi devrais-je courir après un million de dollars ? »



CÉDRIC VILLANI

Le dandy (né en 1973)
 Le mathématicien place l'esthétique au cœur de sa science. On parle de démonstration élégante, de la beauté d'un théorème. Mais il faut bien avouer que souvent la tenue vestimentaire est négligée. Cédric Villani a lui opté pour la très déshabillée lavallière qui lui donne une certaine tenue.