

Introduction:

suivant l'affirmation de Wikipédia sur cette conjecture de Goldbach :

« Le **théorème des nombres premiers** affirme qu'un entier m sélectionné aléatoirement d'une manière brute possède $(1/Ln m)$ chance d'être premier. Ainsi, si n est un grand entier **pair** et m , un nombre compris entre 3 et $n/2$, alors on peut s'attendre à ce que la probabilité que m et $n - m$ soient tous deux premiers soit égale à $1 / (Ln n \cdot Ln m)$. Cet argument heuristique n'est pas rigoureux pour de nombreuses raisons ; par exemple, on suppose que les **événements** que m et $n - m$ soient premiers sont **statistiquement indépendants** l'un de l'autre. »

l'algorithme de Goldbach permet de prouver **que cette affirmation est Fausse**, ainsi que la fonction asymptotique du TNP qu'il faut modifier dans ces **8 Fam (i)** de nombres premiers $P' > 5$, représentant 26,666... % des entiers naturels non nuls; soit $n / 3,75$.

Car en effet, un nombre premier $q = n - m$ **dépend de la congruence de m** et donc si m est un nombre premier $P' \leq n/2$ et tel que $P' \neq n [P]$ alors **q dépend de P'** !

On peut déjà affirmer : que ces fonctions ci-dessus modifiées deviennent : $(1/Ln m)$ d'être premier et d'être **non congru à $n \pmod{P}$** , on obtient : $1 / (Ln m \cdot Ln 2m)$ d'être tous les deux $p' + q = n$.

Car le nombre d'entiers m **non congru à $n \pmod{P}$** vaut $\sim m / Ln 2m$, lorsque $m \rightarrow +\infty$ et cela implique les nombres premiers $q = n - m$ complémentaires tel que $m + q = n$.

Ce que l'on verra ci-après avec les fonctions du TNP et les définitions relatives à ces algorithmes et ces 8 Fam(i).

[(« Suivant le principe du crible d'Ératosthène il suffit d'utiliser P pour dire, que si B n'est pas divisible par $P \leq \sqrt{2n}$, il est alors un nombre premier q , en effet si $2n \neq A[P]$, $2n - A = B$ qui n'est pas un multiple de P ; car A et $2n$ sont dit **non congruent modulo P** , ie : ils ne sont pas égaux modulo P . Avec A entier non nul de 1 à n .

Le crible G est une variante du crible d'Ératosthène, mais qui utilise les congruences : Pour dans un premier temps marquer les entiers A congrus à $2n$ modulo P où A et $2n$ partagent le même reste dans la division par P et par conséquence, indirectement dans un deuxième temps, indiquer les multiples de P tel que $2n - A = B = Py$ »)

(« **(1)** montrons :

si est seulement si $2n$ et A sont égaux modulo P , il existe y et y' tel que : $2n = P*y + R$ et $A = P*y' + R \Rightarrow 2n - A = P*(y - y')$; donc P divise $2n - A$. »)

On suppose $2n \neq A[P] \Rightarrow$ il n'existe pas de x tel que $2n - A = Px$; on peut dire que $2n$ et A ne sont pas égaux modulo P .
Donc aucun nombre premier P ne divise $2n - A$.

On veut démontrer $2n - A$ premier, on veut démontrer que il n'existe pas de $P > \sqrt{2n}$ tel que **(1)**: que $2n - A = Py$ avec $y \in \mathbb{N}$,

on a : $n \geq 2$, $2n \geq 4$;

on a : $-n \leq -A \leq -1$;

$2n - n \leq 2n - A \leq 2n - 1$

$n \leq 2n - A \leq 2n - 1$

Supposons que $2n - A$ est non premier, alors il existe au moins P et q premier $> \sqrt{2n}$ car on a démontré **(1)**.

Donc prenons P et q les plus petits possibles, soit $\sqrt{2n}$.

On a $(\sqrt{2n})^2 = 2n$, or $2n - A \leq 2n - 1$, Ce qui est impossible, on a donc $P < \sqrt{2n}$ et tel que $P * q \leq 2n$.

Conclusion $2n \neq A [P] \Rightarrow 2n - A = B$ non multiple de P , que l'on défini **q** un nombre premier .»)]

[« Partant de cette égalité, on va construire un algorithme / **crible G** , en remarquant le résultat suivant : tout nombre premier q a donc pour antécédent, un entier A de 1 à n non congruent modulo P , en progression arithmétique de raison 30 et de premier terme $i \in (1,7,11,13,17,19, 23, 29)$; qui sera fonction de la limite n fixée et de sa Famille **fam (i) complémentaire**. »]

$G(n)$: la fonction de compte du nombre de nombres premiers $q \in [n ; 2n]$ plus précisément du nombre de $A \leq n$, non congrus à $2n$ modulo P

$$G(n) \text{ vaut } \sim \lim_{n \rightarrow +\infty} \zeta \frac{n}{(\log 2n)}$$

Le TNP dit que $\pi(N) = \frac{N}{(\log N)} + o\left(\frac{N}{\log N}\right)$, donc le nombre de nombres premiers dans $]N, 2N]$

vaut

$$\begin{aligned} \pi(2n) - \pi(n) &= \left(\frac{2n}{\log(2N)} - \frac{n}{\log N} \right) + o\left(\frac{n}{\log n}\right) \\ &= N \times \frac{2}{\log(2N)} - \frac{1}{\log N} + o\left(\frac{n}{\log n}\right) \\ &= N \times \frac{2 \log n - \log(2n)}{\log(2n) \log n} + o\left(\frac{n}{\log n}\right) \\ &= \frac{n}{\log 2n} + o\left(\frac{n}{\log n}\right) \end{aligned}$$

On peut en déduire alors, qu'un entier **A tiré au hasard** a $\frac{1}{\log 2n}$ d'être premier est non congruent modulo **P**.

Le nombre de couples de nombres premiers (p', q) ou le nombre de nombres premiers A = P' non congrus à 2n modulo **P** de 1 à n ; vaut environ lorsque $\lim_{n \rightarrow +\infty} \zeta$ pour $n = 15k + i$, avec $i \in [0 ; 14]$ et k entier naturel non nul :

$$\frac{\left(\frac{n}{\ln n}\right)}{\ln\left(2 * \left(\frac{n}{\ln n}\right)\right)} \text{ ou simplement } \frac{\pi(n)}{\ln \pi(n)} \text{ mais plus précisément : } C_2 \frac{G(n)}{\ln G(n)} ; \text{ où } G(n) \text{ est la fonction qui compte le}$$

nombre d'entiers A de 1 à n, non congruent modulo **P** et $C_2 \approx 1,320323$ constante des premiers jumeaux.

On peut en fonction de $G(n)$ par $Fam(i)$, appliquer simplement : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \zeta \frac{G(n)}{\ln G(n)} * C_2$

On a donc calculé avec Ératosthène le nombre de premiers **P' ∈ [7 ; n]** pour la $fam(i)$ qui sera criblée par l'**AC** ; pour ensuite appliquer cette fonction, qui n'est aussi qu'une conséquence du TNP. Il faut donc utiliser la $fam(i)$ correspondante à la $fam(i)$ complémentaire qui décomposent 2n sans les multiples de {2, 3, et 5}. Exemple pour la limite $n = 15k + 7$, il n'y a que trois familles qui décomposent $2n = 30k + 2$. La fonction sera donc utilisée avec le coefficient de $0,375 = 3/8$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \zeta \frac{G(n)}{\ln G(n)} * C_2 * 0,375 .$$

Exemple pour $n = 496$, $2n = 992$, nombre de premiers $[n ; 2n]$ des 3 familles {1, 13 et 19} = 33. Alors que $\pi(2n - n)$ vaut : 73

Résultat :

$(33 / \ln 33) * 1,320323 = 12, \dots$ couples, pour un réel de 13 ; **alors que :**

$(73 / \ln 73) * 0,375 * 1,320323 = 8, \dots$

Lorsque $2n$ tend vers l'infini, il vaut mieux utiliser la fonction générale avec $\pi(n)$ et l'un des 3 coefficients (0,375 ; 0,5 ; 0,75) et

aucun, si $2n = 30k$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \zeta \frac{\pi(n)}{\ln \pi(n)} * C_2 * 0,5$$

Exemple $2n = 1\ 000\ 000\ 010$ la fonction ci-dessus avec 0,5 de coefficient du fait qu'il y ait 4 familles [1,7,13, et 19] qui criblent, donne comme résultat général : 1 891 734 couples < 2 422 662 réels

Fonction **G(2n)** du nombre de couples minimum **p+q = 2n** par familles arithmétique de raison 30 :

G(2n) = $\pi(n) / \ln(\pi(n))$ nombre de couples $p+q = 2n$ en générale, car on crible par famille avec les deux cribles.

La Fonction(1), **$\pi(n)$** du TNP vaut environ: $n / \ln n$, lorsque $n \rightarrow \infty$.

La Fonction(2), **G(n)** est une conséquence directe du TNP, nombres d'entiers **A** de 1 à n , $\neq 2n[P_i]$; vaut environ : $n / \ln 2n$, lorsque $n \rightarrow \infty$.

Il vient immédiatement qu'en re criblant le tableau criblé d'Ératosthène avec la fonction **G(n)** on obtient par conséquence cette troisième fonction **G(2n) = $\pi(n) / \ln(\pi(n))$** que l'on peut affiner et qui comme on pourra le montrer, elle ne peut être nulle !

Car en effet : quelque soit la limite **N = 15k + i** criblée avec sa fam **i** $\in (1,7,11,13,17,19, 23, 29)$, le résultat réel calculé, correspond à cette estimation ; qui n'est que l'estimation du résultat précédent ayant été vérifié, pour la limite **N = 15(k-1) et** dire, que ce résultat réel vérifié et estimé avec cette fonction **G(2n) = $\pi(n) / \ln(\pi(n)) = 0$, est faux et absurde !**

Cela reviendrait à dire que la fonction du TNP et sa deuxième fonction qui en est une conséquence directe, caractérisées par les deux algorithmes sont fausses!

C'est à dire que pour chaque limite $N = 15k + i$ vérifiée, **on obtient aussi avec cette troisième fonction:**

Le nombre d'entiers A = 0 ou 1, non congrus mod P, qui précèdent les nombres A +30 marqué 1 ou 1 premier , congru ou pas 2n mod P.

Qui par voie de conséquence ou de récurrence, suivant la propriété de l'**algorithme G**, donnera le résultat réel du nombre de couples **p+q** qui vont vérifier la conjecture, **pour la limite N = 15(k+1) + i suivante ! Ce que l'on peut vérifier et prouver de façon élémentaire.**

« Ceci pourrait nous emmener à une troisième hypothèse : supposons qu'il soit impossible de vérifier ou d'affirmer pour la limite **N = 15k + i** vérifiée, que cette troisième fonction est vraie, avec le nombre de couples réel $p+q$ et qui permet donc d'estimer le nombre de **A = 1 ou 0 non congruent à P, qui précèdent un nombre premier A = 1 ou 1, ie : congru ou pas!**

D'où le résultat suivant pour **N = 15(k+1) + i**, le nombre de couples $p+q$ est impossible à vérifier ; il vient immédiatement que la conjecture est indécidable !

Or cette hypothèse n'est pas possible, car si on peut estimer le nombre de couples pour la limite N en question qui a été vérifiée, on peut donc estimer le nombre de **A** qui précèdent justement un nombre premier **1 ou 1 pour cette même limite N et donc, il suffit de décaler d'un rang les congruences sur leur successeur A +30 pour vérifier la conjecture $\rightarrow N = 15(k+1) + i$!**» c'est à dire le nombre de couples $p+q = 30(k+1) + 2i$.

Dès lors la conjecture sera vraie quelque soit **N $\geq 150 = 15(k+1) + i$** , puisqu'elle aura été vérifiée lors de la limite précédente.

On va illustrer ce principe de fonctionnement, avec la même Fam, **Ératostène ; Goldbach puis directement avec le crible EG en utilisant le tableau criblé d'Ératostène avec la Fam 7, (7,37,67,97..... 277 < 300)**

Ératostène, avec $P_i \leq \sqrt{N}$:

1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1 ; 7 nombres premiers **P' \neq**

Goldbach criblage des entiers $\equiv 2N[P_i]$ de 7 à N :

1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0 ; 4 entiers $\equiv 2N[P_i]$; avec $P_i \leq \sqrt{2N}$, ce qui permet de voir la fonction du crible G seule.

Criblage GE des entiers criblés du crible d'Ératosthène de 7 à N. les 0 rouge sont les entiers congrus à 2n (mod p)

1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0 \rightarrow les 0 en en gras et noir sont les A $\neq P'$ non congrus (mod p) si ils précèdent P'il vérifieront CG pour $N+15$.

Limite $N = 300$ criblée ; **(4 couples $p+q = 2n = 600$)**; fonction **G(2n): $(7/\ln 7) = 3,59...$**

On en déduit automatiquement que la conjecture sera vérifiée pour la limite suivante $N=15(k+1)=315$, avec **2N= 630** et :

P' = 37, 67, 127 et 277

On réitère :

1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1: résultat directe des entiers d'Ératosthène criblés, les entiers en rouge seraient marqués **0**.

1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0 les 1 en rouge sont les premiers non congrus à P

Limite $N = 600$ criblée ; (6couples **p + q = 2n**); fonction : $(15/\ln 30) = 4,41$

1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1
 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0
 N = 900 ; (7couples) ; fonction : $(20/\ln 40) = 5,42$

1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0
 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1
 Limite N = 1200 criblée; (13couples) ; fonction : $(26/\ln 52) = 6,58$

1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0
 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1
 N = 1500 ; (16 couples) ; fonction : $(30/\ln 60) = 7,32$

0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0
 Exemple de l'image des entiers d'Ératosthène ci-dessus criblés par **Goldbach, les deux cribles se superposent pour ne laisser que les 1 = P+q**

Que se passerait il pour $N=15(k+1) = 1515$? Tout simplement un décalage d'un rang des entiers **d'É criblés par G et un élément en moins à la fin . ie : Décalage d'un rang des index de la fonction du crible de Goldbach!**

1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0
 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0
 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1
 d'où :

1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0
 0, 0, 0, 1, 0 ; soit 16 couples $p+q = 2n$, les 0 en noir sont les entiers **A**, non premiers **mais** non congruent à P.
 d'où l'importance de ces entiers **A = 0**, qui n'ont jamais été étudiés faute de la méconnaissance de cet algorithme.

Cette illustration ci-dessus, montre sans aucune contestation possible, que lorsqu'un **A=0 non congruent à P : premiers=1 ou pas=0, précède un 1 nombre premier congruent à P ou pas**, il est évident lors du décalage que ce nombre premier **1 se trouvera** non congru à P, et sera marqué **1**, pour la limite **N +15** suivante, qui ce vérifie **à partir du deuxième index !**

Autrement dit : l'image d'Ératosthène criblé qui a vérifié la conjecture pour $N = 1500$, dans cet exemple ; sera aussi vérifié pour la limite suivante **N +15 = 1515** suite au décalage d'un rang des congruences !

Car pour affirmer le contraire, il faudrait pouvoir disposer des index de départ des limites N précédentes ; ce qui est absurde et impossible, car limité par les nombres **P** qui criblent ; mais surtout par la propriété de l'algorithme démontrée : $2n - A$ est équivalent à $(2n + 30) - (A + 30)$ c'est le même nombre et c'est aussi la raison pour laquelle les index se décalent d'un rang!

il faudrait de plus, que le crible de **Goldbach**, dispose des index de départ d'Ératosthène et que les nombres premiers P' d'Ératosthène soient en progression arithmétique de raison **P**, ce qui est impossible le nombre d'entiers **A non congruent à P** ne varie qu'un d'un entier.

Il en serait de même d'affirmer **qu'il ne peut y avoir des 0 non congrus à $2N [P]$ qui précèdent un 1 premier, congru ou pas à $2N [P]$ quelque soit une limite N fixée ;**

D'où par le décalage qui s'ensuit, ce **1 congru à $2N [P]$** se trouve libéré de sa congruence et vérifie par la même, la conjecture !

C'est l'ensemble des **0 ou 0** qui en se décalant, libèrent de leur congruence les entiers précédant qui étaient $\equiv 2N[P]$ qui sont **plus nombreux que les entiers premiers ou pas non congrus à $2N[P]$** . Il en sera de même pour la ou les limites suivantes, etc ...etc !

Ceci permet de calculer une fonction estimant le nombre de couples $(p+q) = 2N$ conséquence directe de la fonction $\pi(n)$, étant donné que ce sont ces nombres premiers dans Ératosthène marqués **1**, que le **crible de Goldbach va re cribler et en montrant ce décalage d'un rang de façon formelle !**

On constate aussi formellement : que les entiers **A = 0 ou = 1 donc non congrus à P**, qu'il y en aura toujours, qui précéderont des entiers **A = 1 premiers** le crible étant récursif . De même, pour les limites N suivantes augmenté de 15.

Ce qui pourrait rendre indécidable la conjecture, si on ne peut **parvenir** à prouver de façon rigoureuse que dans les entiers **A premier ou pas, non congrus à $2N \text{ mod } P$ qui se décalent d'un rang : ils ne précèdent pas un entiers A premier et congru ou pas à $2N \text{ mod } P$.**

Mais cela est impossible:

Car la fonction, qui pour une limite $N = 15k$ fixée avec sa fam (i), calcule le nombre de couples $p+q = 2N$, est justement la même que celle qui indique le nombre de **A premiers ou pas**, non congruents modulo P, qui précèdent un **A premier et congru ou pas à P**, et ainsi de suite pour la ou les limite suivantes consécutive $N +15 \dots +15$ qui ont été déjà vérifiée lors des limites $N - 15 \dots -15$.

Illustration ci-dessous, avec en gras les 1 ou 0, qui précèdent un **nombre premier 1**, qui pour la limite $N+15$ suivante vérifieront la conjecture , on peut affiner cette fonction et son intégrale par famille et en fonction de la limite N fixée....

De même que l'on peut vérifier cette fonction, qui calcule le nombre de **A = 1 ou 0**, qui précèdent un nombre **premier 1 ou 1**. qui va vérifier la limite $N = 15(k+1)$.

>>>
 Donnez n: 6000000150
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000150 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **5 474 722** ----- 50.79
 >>>
 Donnez n: 6000000165
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000165 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **5 386 483** ----- 52.14
 >>>
 Donnez n: 6000000180
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000180 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **5 379 222** ----- 50.73
 >>>
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000195 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **6 540 191** ----- 50.35
 >>>
 Donnez n: 6000000210
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000210 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **5 373 948** ----- 53.29
 >>>
 Donnez n: 6000000225
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000225 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **5 626 260** ----- 51.86
 >>>
 Donnez n: 6000000240
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000240 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **6 076 867** ----- 51.48
 >>>
 Donnez n: 6000000255
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000255 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **5 373 598** ----- 50.86
 >>>
 Donnez n: 6000000270
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000270 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **6 269 874** ----- 50.84
 >>>
 Donnez n: 6000000285
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000285 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **5 382 058** ----- 50.13
 >>>
 Donnez n: 6000000300
 Nombres P' non congruent à [pi] de 1 à 6000000300 famille 1, nombr de couples p+q=2n: **6 442 697** ----- 50.54
 >>>
variation du nombre de couple p+q = 2n entre 3000000000 et 300000000300 en progression de raison 15

