

Le résultat d'un tirage est une suite de trois numéros pris parmi trois : il y a 27 suites possibles.

Les cas défavorables sont ceux où la somme  $S$  des trois numéros est égale à 9 ou à 8.

- $S = 9$  si les trois numéros sont égaux à 3 :  $(3, 3, 3)$ .
- $S = 8$  si deux numéros sont égaux à trois et le troisième est égal à 2 :  $(3, 3, 2)$ ,  $(3, 2, 3)$  ou  $(2, 3, 3)$ .

Le nombre de cas défavorables est égal à 4. La probabilité que la somme des trois nombres notés soit strictement plus petite que 8 est donc :

$$P = 1 - \frac{4}{27} = \frac{23}{27}.$$

### Complément

Cherchons la loi de probabilité de la somme  $S$ .

Soit  $X_i$  le résultat du tirage numéro  $i$ . On a :  $S = \sum_{i=1}^3 X_i$ .

Chacune des trois valeurs 1, 2 ou 3 a une probabilité égale à  $\frac{1}{3}$ , donc la fonction génératrice de chaque variable aléatoire  $X_i$  est définie par :

$$g_{X_i}(s) = \frac{1}{3}(s + s^2 + s^3).$$

Les tirages étant indépendants puisqu'il y a remise, la fonction génératrice de la variable aléatoire  $S$  est :

$$g_S(s) = \prod_{i=1}^3 g_{X_i}(s) = \left(\frac{s}{3}(1 + s + s^2)\right)^3 = \frac{s^3}{27}(1 + 3s + 6s^2 + 7s^3 + 6s^4 + 3s^5 + s^6).$$

D'où la loi de probabilité de  $S$  :

$k$	3	4	5	6	7	8	9
$P(S = k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{7}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{1}{27}$